"나"형 정답

1	③	*2*	①	*3*	②	*4*	③	*5*	②
6	①	*7*	⑤	*8*	⑤	*9*	④	*10*	④
11	④	*12*	①	*13*	④	*14*	③	*15*	③
16	②	*17*	③	*18*	③	*19*	②	*20*	⑤
21	③	*22*	12	*23*	16	*24*	24	*25*	13
26	36	*27*	42	*28*	27	*29*	7	*30*	145

해설

1. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 계산하기

$\log_2 16-\log_2\frac{1}{4}$

$=\log_2 2^4-\log_2 2^{-2}$

$=4+2=6$

2. [출제의도] 음수의 제곱근 계산하기

$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}}+\sqrt{-4}\sqrt{-9}$

$=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}i}+\sqrt{4}i\sqrt{9}i$

$=-3i-6$

$a=-6,\ b=-3$

$\therefore a+b=-9$

3. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 식 계산하기

$a^2b\times\sqrt{3} of \frac{b^2}{a}$

$=a^{2-\frac{1}{3}}b^{1+\frac{2}{3}}=a^{\frac{5}{3}}b^{\frac{5}{3}}$

4. [출제의도] 부분집합의 개수 구하기

$U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에서

$\{1,\ 3,\ 5\}\cup X=U$를 만족하는 집합 X는

$\{2,\ 4\}\subset X\subset\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$이므로

집합 X는 U의 부분집합 중 $\{2,\ 4\}$를 반드시 포함해야하므로 집합 X의 개수는 $\{1,3,5\}$의 부분집합의 개수와 같다.

$\therefore$ $\{1,\ 3,\ 5\}$의 부분집합의 개수는 $2^3=8$ (개)

5. [출제의도] 수학 외적인 상황의 자료에서 표준편차 구하기

해수면의 기압을 a라 하면 각 잠수정이 받는 기압은 $a+4,\ a+5,\ a+6,\ a+7,\ a+8$

(평균)

$=\frac{(a+4)+(a+5)+(a+6)+(a+7)+(a+8)}{5}$

$=a+6$

기압의 편차들이 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$ 이므로

(분산)

$=\frac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}=2$

$\therefore$ (표준편차) $=\sqrt{2}$

6. [출제의도] 합성함수의 값 구하기

$f(x)=(x-1)(x+2)$에서

$f(1)=0,\ f(-2)=0,\ f(0)=-2$ 이고,

$f(f(1))=f(f(-2))=f(0)$ 이다.

$\therefore\ f(f(1))+f(f(-2))=2f(0)=-4$

7. [출제의도] 부정방정식을 이용하여 수학외적 문제 해결하기

관람을 마치고 나온 사람이 3명이므로 이들이 지나올 때 램프는 모두 9회 깜박거렸다.

한 사람이 B전시실 안으로 가기까지 램프가 2회 깜박이고, A전시실 안으로 가기까지는 램프가 1회 깜박이므로 A전시실에 있는 인원을 a명, B전시실에 있는 인원을 b명이라 하면

$a+2b=5$

ㄱ. 1명이 문을 지나갈 때마다 램프의 불이 1회 깜박이므로 B전시실의 램프는 3회, 4회, 5회 깜박일 수 있다. (거짓)

ㄴ. $b=1$ 이면 $a=3$ (참)

ㄷ. 인원이 최대인 경우는 $b=0$ 이면 $a=5$ (참)

8. [출제의도] 명제의 참, 거짓 이해하기

p: $|x|\leqq 2$ $\quad\therefore\ -2\leqq x\leqq 2$

q: $x(x-3)<0$ $\quad\therefore\ 0<x<3$

r: $[x]^2-[x]-2\leqq 0$, $([x]-2)([x]+1)\leqq 0$

$-1\leqq[x]\leqq 2$, $\quad [x]=-1,\ 0,\ 1,\ 2$

$\therefore\ -1\leqq x<3$

따라서 $p\rightarrow q$는 거짓, $q\rightarrow r$는 참, $r\rightarrow p$는 거짓

9. [출제의도] 곱셈공식을 이용하여 지수식 계산하기

$2^x+2^{-x}=3$ 일 때,

$8^x+8^{-x}=(2^x+2^{-x})^3-3(2^x+2^{-x})$

$=3^3-3\times 3=18$

10. [출제의도] 로그의 성질 이해하기

ㄱ. $\ll a,a\gg=\log_2(\log_a a)=\log_2 1=0$ (거짓)

ㄴ.

$\ll b,a\gg=\log_2(\log_b a)=\log_2(\frac{1}{\log_a b})$

$=\log_2(\log_a b)^{-1}=-\log_2(\log_a b)$

$=-\ll a,b\gg$ (참)

ㄷ. $\ll a,b^2\gg-\ll a^2,b\gg$

$=\log_2(\log_a b^2)-\log_2(\log_{a^2} b)$

$=\log_2(2\log_a b)-\log_2\left(\frac{1}{2}\log_a b\right)$

$=\log_2\left(\frac{2\log_a b}{\frac{1}{2}\log_a}\right)=\log_2 4=2$

11. [출제의도] 이차함수에서의 수학내적문제 해결하기

$\mathrm{A}(a,\ 0)$, $\mathrm{D}\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$, $\mathrm{B}(b,\ 0)$(단, $b>a>0$)

이라 하면 $\mathrm{C}\left(b,\ \frac{1}{8}b^2\right)$

사각형 ABCD는 정사각형이므로

$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{BC}}$

$\frac{1}{2}a^2=\frac{1}{8}b^2$, $b=2a(\because a>0,b>0)$ …㉠

$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AB}}$에서 $\frac{1}{2}a^2=b-a$ …㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{2}a^2=2a-a=a$

$\therefore\ a=2(\because a>0)$

12. [출제의도] 정의된 분수식 계산하기

$\frac{1}{n}\times[n^2;\ 1,\ n^2]=\frac{1}{n}\left(n^2+\frac{1}{1+\frac{1}{n^2}}\right)$

$=n+\frac{1}{n\left(1+\frac{1}{n^2}\right)}=n+\frac{1}{n+\frac{1}{n}}$

$=[n;\ n,\ n]$

$\therefore\ \frac{1}{n}\times[n^2;\ 1,\ n^2]=[n;\ n,\ n]$

13. [출제의도] 원에서의 증명문제 완성하기

두 점 $\mathrm{A}(p,\ q)$, $\mathrm{B}(r,\ s)$가 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점이므로

$p^2+q^2=1$ ……㉠

$r^2+s^2=1$ ……㉡

$\overline{\mathrm{AB}}^2=(r-p)^2+(s-q)^2=2\times\boxed{(1-pr-qs}$ $=2$

에서 $\boxed{1-pr-qs}=1$ ……㉢

㉢을 q에 대하여 정리하여 ㉠식에 대입하면

$p^2+q^2=p^2\left(1+\frac{r^2}{s^2}\right)=1$이므로 $\boxed{p^2=s}$ 이 성립

따라서, $p^2+r^2=q^2+s^2=1$ 이므로 두 점 $\mathrm{C}(p,\ r)$, $\mathrm{D}(q,\ s)$는 원 $x^2+y^2=1$ 위에 있다.

$\overline{\mathrm{CD}}^2=(q-p)^2+(s-r)^2=2-2(pq+rs)$

㉢과 $\boxed{p^2=s^2}$에 의하여 $pq+rs=0$이므로

$\overline{\mathrm{CD}}=\boxed{\sqrt{2}}$

14. [출제의도] 로그의 성질을 이용한 추론문제 완성하기

$c=a\log_{\sqrt{12}}3+b\log_{144}2$

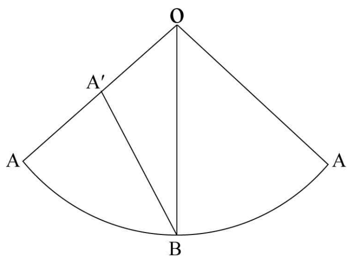
$=\log_{\sqrt{12}}3^a+\log_{144}2^b$

$=\log_{12}3^{2a}2^{\frac{b}{2}}$ 이므로

$3^{2a}2^{\frac{b}{2}}=(3^c\cdot 2^{2c})$이다.

따라서 $a:b:c=1:8:2$ 이다.

15. [출제의도] 제이코사인법칙을 이용하여 선분의 길이 구하기



직원뿔의 전개도에서
(부채꼴의 호의 길이)
=(직원뿔 밑면의 원 둘레의 길이) $=4\pi$
부채꼴의 중심각은 $\frac{4\pi}{6}=\frac{2}{3}\pi$이므로,

$\angle AOB=\frac{\pi}{3}$

점 P가 움직인 최단거리는 $\overline{A'B}$
제이코사인법칙을 이용하면

$\overline{A'B}^2=3^2+6^2-2\times3\times6\times\cos\frac{\pi}{3}=27$

∴ $\overline{A'B}=3\sqrt{3}$

16. [출제의도] 역함수의 성질 이해하기

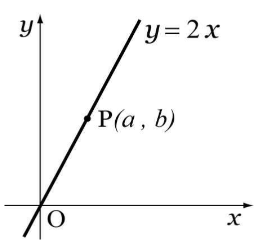
$f(x)=\frac{kx}{x+3}$ 가 직선 $y=x$에 대칭이므로

$f(x)=f^{-1}(x)$, $f^{-1}(x)=\frac{-3x}{x-k}$

$\frac{kx}{x+3}=\frac{-3x}{x-k}$

∴ $k=-3$

17. [출제의도] 함수의 그래프 개형 구하기



그림과 같이 점 P가 $y=2x$ 위를 움직이므로
$b=2a$

$y=a+b=3a$ ∴ $a=\frac{1}{3}y$

$x=a^2=\left(\frac{1}{3}y\right)^2$, $a\geq0$이므로 $y=3\sqrt{x}$

∴ 그래프의 개형은 ③번

18. [출제의도] 원과 직선사이의 위치관계를 이용하여 문제해결하기

점 P (a, b)는 원 $x^2-4x+y^2=0$ 위를 움직이고, 원의 중심 C$(2, 0)$과 점 A$(-2, 0)$에 대하여
△ ACP의 넓이를 n이라 하면,

△ ACP$=\frac{1}{2}\times4\times|b|=n$ (n은 자연수, $|b|\leq2$)

∴$|b|=\frac{n}{2}$

$n=1$, 2, 3일 때, 점 P는 각각 4개씩이고, $n=4$일 때, 점 P는 2개
따라서, 의 넓이가 자연수가 되게하는
점 P의 개수는 총 14(개)

19. [출제의도] 삼각함수 사이의 관계 이해하기

ㄱ. (반례) $\alpha=2\pi-\frac{\pi}{3}$, $\beta=\frac{3}{2}\pi-\frac{\pi}{3}$이면,

$\sin\alpha=\cos\beta$ 이지만 $\sin(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}$ (거짓)

ㄴ. $\sin\alpha=\cos\beta$ 이므로

$\cos^2\alpha+\cos^2\beta=\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$ (참)

ㄷ. (반례) $\alpha=2\pi-\frac{\pi}{3}$, $\beta=\frac{3}{2}\pi-\frac{\pi}{3}$이면, $\sin\alpha=\cos\beta$이지만

$\tan\alpha+\tan\beta=-\frac{2}{3}\sqrt{3}$ (거짓)

참고 : $\pi<\alpha<2\pi$, $\pi<\beta<2\pi$에 대하여
$\sin\alpha=\cos\beta$인 경우는

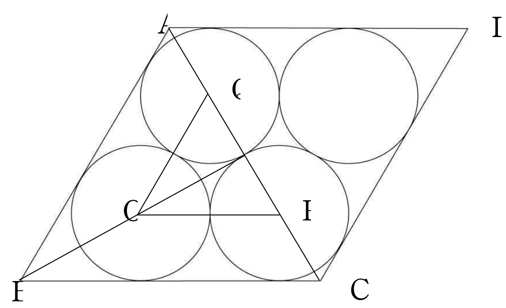
$\alpha=\pi+\theta$, $\beta=\frac{3}{2}\pi-\theta$ (단 $0<\theta\leq\frac{\pi}{2}$)이고

$\alpha=2\pi-\theta$, $\beta=\frac{3}{2}\pi-\theta$ (단 $0<\theta\leq\frac{\pi}{2}$)

일 때, 성립한다.

20. [출제의도] 도형의 성질을 이용하여 수학외적문제 해결하기

원의 반지름의 길이가 10이므로 정사각형의 한 변의 길이는 40 …㉠
그림과 같이 마름모의 꼭지점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 외접하는 세 원의 중심을 O, P, Q라 하자.



△OPQ는 한 변의 길이가 20인 정삼각형
와 가 평행이고, 와 가 평행이므로
△ABC는 △OPQ와 닮은 정삼각형

점 O에서 $\overline{AC}$까지 이르는 거리는 $10\sqrt{3}$

점 B에서 $\overline{AC}$까지 이르는 거리는 $10\sqrt{3}+20$

마름모의 한 변의 길이를 x라 하면,

$x:20=(10\sqrt{3}+20):10\sqrt{3}$

∴$x=\frac{40\sqrt{3}}{3}+20$ …㉡

㉠과 ㉡에 의해

$\left(\frac{40\sqrt{3}}{3}+20\right)-40=20\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}-1\right)$

21. [출제의도] 지수의 성질을 이용하여 문제 해결하기

잡음지수를 $\frac{1}{10}$배 하였을 때, 잡음인자

$a=10^{\frac{N_F}{100}}$

잡음지수를 $\frac{1}{100}$배 하였을 때, 잡음인자

$b=10^{\frac{N_F}{1000}}$

따라서 $b=a^{\frac{1}{10}}$

∴ $\log_a b=\log_a a^{\frac{1}{10}}=\frac{1}{10}$

22. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 로그값 구하기

$\log_2 9\times\log_{\sqrt{3}}8=\frac{\log9}{\log2}\times\frac{\log8}{\log\sqrt{3}}$

$=12$

23. [출제의도] 근과 계수와의 관계를 이용하여 지수값 계산하기

$x^2-4x+1=0$의 두 근을 α, β라 하면
$\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=1$이므로

$(2^{\alpha}\times2^{\beta})^{\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}}=2^{\frac{(\alpha+\beta)^2}{\alpha\beta}}=2^{16}$

∴ $k=16$

24. [출제의도] 지수의 성질을 이용하여 문제 해결하기

$2^{30}\times5^{20}=a\times10^{n}$에서

$a=\frac{2^{30}\times5^{20}}{10^n}=\frac{(2^{10}\times2^{20})\times5^{20}}{10^n}$

$=\frac{2^{10}\times10^{20}}{10^n}=\frac{1.024\times10^{23}}{10^n}$

$1\leq a<10$이므로 $n=23$, $a=1.024$

∴$n+[a]=23+1=24$

25. [출제의도] 근과 계수와의 관계를 이용하여 이차부등식의 해 구하기

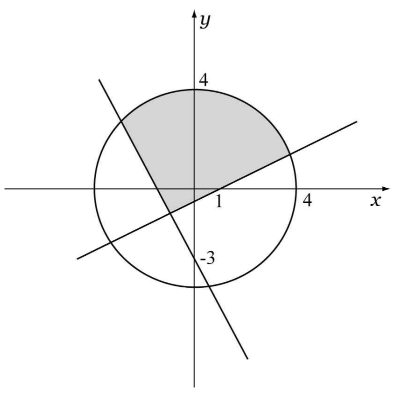
갑은 상수항을 바르게 보았으므로
g_1의 상수항 $b=-24$ (∵ 두 근의 곱)
을은 일차항의 계수를 바르게 보았으므로
g_2의 일차항 $a=10$

(∵ 대칭축의 방정식은 $x=-\frac{a}{2}=-5$)

이 때, $x^2+ax+b<0$에 a, b를 대입하면
$x^2+10x-24<0$, $(x+12)(x-2)<0$
∴ $-12<x<2$
따라서 만족하는 정수는 13(개)

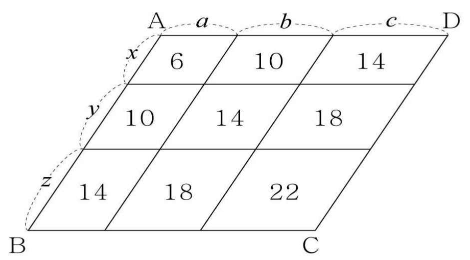
26. [출제의도] 부등식의 영역에서 최대값, 최소값 구하기

세 부등식이 나타내는 영역은 그림과 같다.



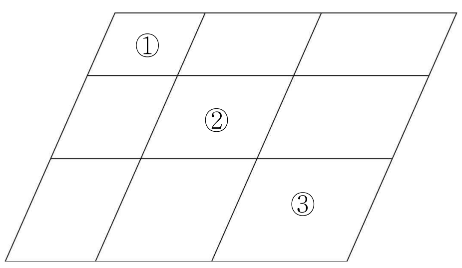
$x+y=k$ (k는 상수)라 하면 k는
두 직선의 교점 $(-1,\ -1)$에서 최소이고,
최소값 $m=-2$이다.
또한 $x+y=k$가 원 $x^2+y^2=16$ 에 접할 때 최대이므로
$x^2+(-x+k)^2=16$
$2x^2-2kx+k^2-16=0$
$D/4=k^2-2(k^2-16)=0$
$k^2=32$
따라서 최대값 $M=\sqrt{32}$
$\therefore\ M^2+m^2=36$

27. [출제의도] 평행사변형 둘레의 길이 구하기



평행사변형 각각의 둘레 길이의 합은
$6(a+b+c+x+y+z)$
$=6+10+14+10+14+18+14+18+22$
$=126$
$\therefore$ (구하고자 하는 평행사변형의 둘레의 길이)
$=2(a+b+c+x+y+z)=42$

(별해)



구하고자 하는 평행사변형의 둘레 길이는
①+②+③이므로
$6+14+22=42$

28. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수의 성질을 이용하여 문제 해결하기
$\log A=m+\alpha,\quad \log B=n+\beta$
(m,n 은 음이 아닌 정수, $0\leq\alpha<1,\ 0\leq\beta<1$)
점 Q가 $y=-x+1$위에 있으므로 $\alpha+\beta=1$
점 P가 $y=\dfrac{16}{x}$ 위에 있으므로 $mn=16$
$\log AB=\log A+\log B$
$=m+\alpha+n+\beta$
$=m+n+1$
$\therefore\ AB=10^{m+n+1}$
양의 정수 m,n에 대하여 $mn=16$일 때,
$m+n$의 최대값은 17, 최소값은 8이므로
AB의 최대값은 10^{18}, 최소값은 10^{9}
최대값과 최소값의 곱은 10^{27} $\therefore$ $k=27$

29. [출제의도] 상용로그를 이용하여 자리수 구하기
$50\times2^{10}\times2^{10}=32\times x$
$x=50\times2^{15}$
$\log x=\log(50\times2^{15})=6.214$
지표가 6이므로 x는 7자리 정수이다.

30. [출제의도] 방정식을 이용하여 수학외적문제 해결하기
물통 A,B의 반지름을 각각 a,b라 하고 높이를 h라 하자.
A에서 물이 모두 빠져 나가는데 걸린 시간을 t라 하면 $\pi a^2h=27t$
$t=\dfrac{\pi a^2h}{27}$ 이다.
이 때 물통 B에 채워진 물의 부피는
$\dfrac{3}{4}\pi b^2h=16t=16\left(\dfrac{\pi a^2h}{27}\right)$ 이므로
$b^2=\dfrac{64}{81}a^2$ 이다.
따라서 $a:b=9:8$
$\therefore p^2+q^2=145$