제 2 교시

수리 영역 (나형)

성명		수험번호						2				

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 답안지에 성명과 수험번호를 써 넣고, 또 수험번호, 문제유형, 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\log_2 16 - \log_2 \frac{1}{4}$ 을 간단히 하면? [2점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

2. 두 실수 a, b에 대하여 $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} + \sqrt{-4}\,\sqrt{-9} = a+bi$ 일 때, $a+b$의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

① -9 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 9

3. 임의의 양수 a, b에 대하여 $a^2 b \times \sqrt[3]{\frac{b^2}{a}}$ 을 간단히 하면? [3점]

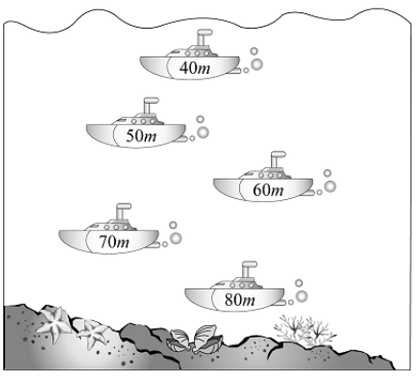
① $a^{\frac{4}{3}} b^{\frac{5}{3}}$ ② $a^{\frac{5}{3}} b^{\frac{5}{3}}$ ③ $a^{\frac{5}{3}} b^2$

④ $a^2 b^2$ ⑤ $a^2 b^{\frac{7}{3}}$

4. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$일 때, U의 부분집합 X에 대하여 $\{1, 3, 5\} \cup X = U$를 만족하는 집합 X의 개수는? [3점]

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

5. 5 대의 잠수정들이 해저탐사를 위해 잠수 중이다. 잠수정이 바다 속으로 $10m$ 내려갈 때마다 1 기압씩 증가된 압력을 받는다. 5 대의 잠수정들이 각각 $40m$, $50m$, $60m$, $70m$, $80m$ 의 깊이에 있을 때, 이 잠수정들이 받는 압력의 표준편차는? [3 점]

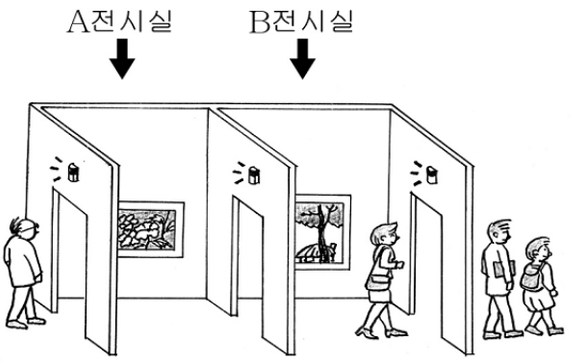


① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

6. 함수 $f(x)=x^2+x-2$ 에 대하여 $f(f(1))+f(f(-2))$ 의 값은? [3 점]

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

7. 그림과 같이 A, B 두 전시실을 갖춘 화랑이 있다. 화랑의 모든 문은 한 사람이 지나갈 때마다 지나가는 문 위에 설치된 램프의 불이 한 번씩 깜박거리도록 설계되어 있으며 관람은 A, B 전시실 순서로 하고 거꾸로 진행할 수 없다. 관람을 시작하여 램프가 깜박거린 횟수의 합이 14 회 일 때, 관람객 중 관람을 모두 마치고 나온 사람이 3 명이었다. 이 때, <보 기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, 관람객은 동시에 2 명 이상 문을 지나갈 수 없다.) [4 점]



<보 기>

ㄱ. B전시실 입구의 램프는 6 회 깜박거렸다.
ㄴ. B전시실에 1명이 있다면 A전시실에는 3 명이 있다.
ㄷ. 두 전시실에 있을 수 있는 최대 인원은 5명이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

8. 세 조건 p, q, r 은 다음과 같다.

p : $|x| \leq 2$
q : $x(x-3)<0$
r : $[x]^2-[x]-2 \leq 0$ (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수)

세 명제 $p \rightarrow q$, $q \rightarrow r$, $r \rightarrow p$ 의 참, 거짓을 순서대로 나열하면? [4 점]

① 참, 참, 참 ② 거짓, 참, 참
③ 참, 거짓, 거짓 ④ 거짓, 거짓, 참
⑤ 거짓, 참, 거짓

9. 실수 x에 대하여 $2^x+2^{-x}=3$일 때, 8^x+8^{-x}의 값은? [3점]

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

10. 1보다 큰 양수 a, b에 대하여 $\ll a,\ b \gg$를 $\log_2(\log_a b)$라 정의할 때, <보 기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

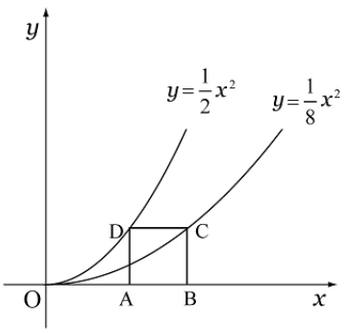
ㄱ. $\ll a,\ a \gg = 1$

ㄴ. $\ll b,\ a \gg = - \ll a,\ b \gg$

ㄷ. $\ll a,\ b^2 \gg - \ll a^2,\ b \gg = 2$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. $x \geqq 0$인 범위에서 정의되는 두 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$과 $y=\frac{1}{8}x^2$의 그래프가 있다. 그림과 같이 점 $\mathrm{A}(a,\ 0)$에서 y축에 평행한 선분을 그어 $y=\frac{1}{2}x^2$과 만나는 점을 D라 하고, $\overline{\mathrm{AD}}$를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD를 만들 때, 점 C가 $y=\frac{1}{8}x^2$ 위에 있다. a의 값은? [3점]



① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

12. 자연수 a, b, c에 대하여 $[a;\ b,\ c]$를 $a+\dfrac{1}{b+\dfrac{1}{c}}$로 정의한다. 자연수 n에 대하여 $\frac{1}{n}\times[n^2;\ 1,\ n^2]$을 $[x;\ y,\ z]$의 형태로 나타낼 때, 항상 옳은 것은? [4점]

① $[n;\ n,\ n]$ ② $[n;\ 1,\ n]$ ③ $[n;\ n,\ 1]$
④ $[n;\ n^2,\ 1]$ ⑤ $[n;\ n^2,\ n]$

13. 좌표축 위에 있지 않은 두 점 $\mathrm{A}(p,\ q)$, $\mathrm{B}(r,\ s)$가 원 $O:\ x^2+y^2=1$ 위에 있고 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{2}$ 이면, 두 점 $\mathrm{C}(p,\ r)$, $\mathrm{D}(q,\ s)$도 원 O 위에 있고, $\overline{\mathrm{CD}}=$ (다) 임을 증명하는 과정이다.

두 점 $\mathrm{A}(p,\ q)$, $\mathrm{B}(r,\ s)$가 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점이므로

$p^2+q^2=1\cdots\cdots$ ㉠

$r^2+s^2=1\cdots\cdots$ ㉡

$\overline{\mathrm{AB}}^2=(r-p)^2+(s-q)^2=2\times$ (가) $=2$이므로

(가) $=1\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 q에 대하여 정리하여 ㉠에 대입하면

$p^2+q^2=p^2\left(1+\dfrac{r^2}{s^2}\right)=1$이므로 (나) 이 성립한다.

따라서 $p^2+r^2=q^2+s^2=1$이므로

두 점 $\mathrm{C}(p,\ r)$, $\mathrm{D}(q,\ s)$는 원 $x^2+y^2=1$ 위에 있다.

또한 $\overline{\mathrm{CD}}^2=(q-p)^2+(s-r)^2=2-2(pq+rs)$이다.

㉢과 (나) 에 의하여 $pq+rs$의 값을 구할 수 있다.

$\therefore\ \overline{\mathrm{CD}}=$ (다)

위의 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$1-pr+qs$	$p^2=r^2$	1
②	$1-pr-qs$	$p^2=s^2$	1
③	$1-pr+qs$	$p^2=s^2$	$\sqrt{2}$
④	$1-pr-qs$	$p^2=s^2$	$\sqrt{2}$
⑤	$1-pr+qs$	$p^2=r^2$	$\sqrt{2}$

14. $c=a\log_{\sqrt{12}}3+b\log_{144}2$를 만족하는 세 자연수 a, b, c에 대하여 $a:b:c$를 구하는 과정이다.

c를 간단히 하면

$c=a\log_{\sqrt{12}}3+b\log_{144}2$

$=\log_{\sqrt{12}}3^a+\log_{144}2^b$

$=\log_{12}$ (가) 이므로

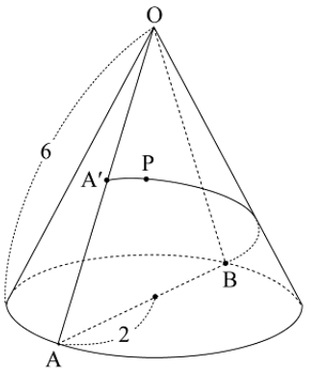
(가) $=(3^c\cdot$ (나) $)$이다.

따라서 $a:b:c=$ (다) 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$3^{2a}2^{\frac{b}{2}}$	2^{2c}	1 : 4 : 2
②	$3^{\frac{a}{2}}2^{2b}$	2^{2c}	1 : 8 : 2
③	$3^{2a}2^{\frac{b}{2}}$	2^{2c}	1 : 8 : 2
④	$3^{\frac{a}{2}}2^{2b}$	2^{c}	1 : 4 : 2
⑤	$3^{2a}2^{\frac{b}{2}}$	2^{c}	1 : 4 : 2

15. 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2, 모선의 길이가 6, 꼭지점이 O인 직원뿔에 대하여, 밑면의 지름의 양끝을 A, B라 하고 $\overline{OA}$의 중점을 A′라 하자. 점 P가 점 B에서부터 직원뿔의 옆면을 따라 점 A′까지 움직인 최단거리는? [4점]

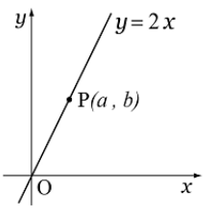


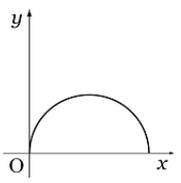
① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

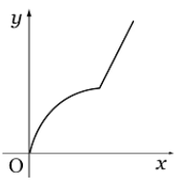
16. 유리함수 $f(x)=\dfrac{kx}{x+3}$의 그래프가 직선 $y=x$에 대하여 대칭일 때, 실수 k의 값은? [3점]

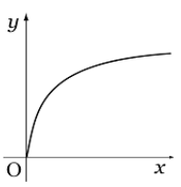
① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

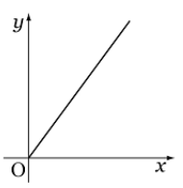
17. 임의의 음이 아닌 실수 a에 대하여 좌표평면 위의 점 $P(a,\ b)$가 그림과 같이 직선 $y=2x$ 위를 움직일 때, $x=a^2$, $y=a+b$를 만족하는 점 $Q(x,\ y)$가 그리는 그래프의 개형은? [3점]

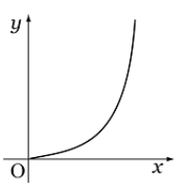


①


②


③


④


⑤


18. 좌표평면 위의 점 A$(-2,\ 0)$과 중심이 C인 원 $x^2-4x+y^2=0$ 위를 움직이는 점 P에 대하여, △ACP의 넓이가 자연수가 되게 하는 점 P의 개수는? [3점]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

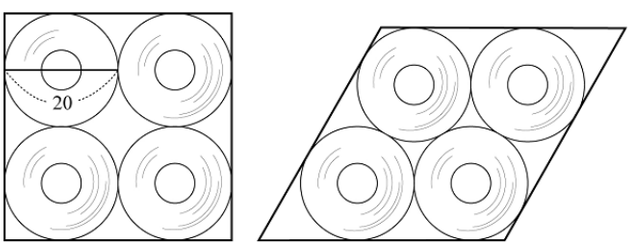
19. $\pi<\alpha<2\pi$, $\pi<\beta<2\pi$인 서로 다른 두 각 α, β에 대하여, $\sin\alpha=\cos\beta$를 만족할 때, <보 기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\sin(\alpha+\beta)=1$
ㄴ. $\cos^2\alpha+\cos^2\beta=1$
ㄷ. $\tan\alpha+\tan\beta=1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

20. 그림은 지름의 길이가 20인 두루마리 화장지를 각각 4개씩 단면이 정사각형인 상자와 마름모 모양인 상자에 담아 위에서 바라본 것이다. 정사각형과 마름모의 한 변의 길이의 차는? [4점]



① $40(\sqrt{2}-1)$ ② $40\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}-1\right)$
③ $40\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}-1\right)$ ④ $20\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}-1\right)$
⑤ $20\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}-1\right)$

21. 잡음지수(N_F)는 잡음에너지가 무잡음의 이상적인 전자기기에서 발생하는 잡음에너지보다 몇 배 더 추가되어 발생하는가를 나타내는 수치이고, 잡음인자(F)는 입력할 때의 신호와 잡음의 비율을 출력할 때의 신호와 잡음의 비율로 나눈 값이다.
잡음지수(N_F)와 잡음인자(F)는 다음과 같은 관계식을 갖는다고 한다.

$$F=10^{\frac{N_F}{10}} \quad (N_F\neq 0)$$

어떤 전자기기의 잡음지수를 $\frac{1}{10}$배, $\frac{1}{100}$배 하여 구한 잡음인자를 각각 a, b라 할 때, $\log_a b$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{1000}$ ② $\frac{1}{100}$ ③ $\frac{1}{10}$
④ 10 ⑤ 100

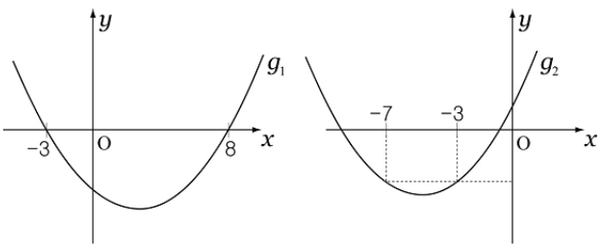
단답형(22~30)

22. $\log_2 9\times\log_{\sqrt{3}}8$의 값을 구하시오. [2점]

23. x에 대한 이차방정식 $x^2-4x+1=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $(2^{\alpha}\times 2^{\beta})^{\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}}=2^k$이다. 실수 k의 값을 구하시오. [3점]

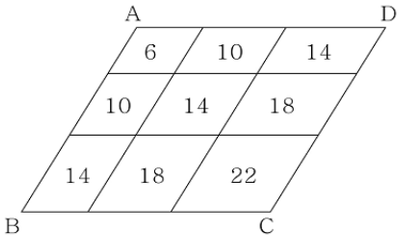
24. $2^{30}\times 5^{20}=a\times 10^n$을 만족하는 자연수 n에 대하여 $n+[a]$의 값을 구하시오. (단, $1\leqq a<10$, $[a]$는 a를 넘지 않는 최대 정수) [3점]

25. 이차함수 $y=x^2+ax+b$를 갑은 일차항의 계수를 잘못 보고 그래프 g_1을, 을은 상수항을 잘못 보고 그래프 g_2를 그렸다. 이 때, $x^2+ax+b<0$을 만족하는 정수 x의 개수를 구하시오. [3점]

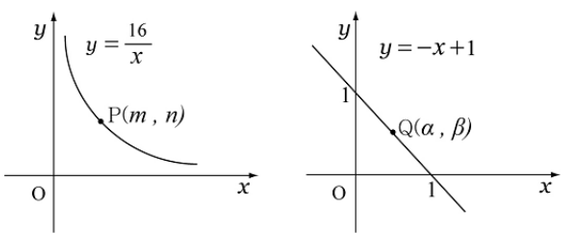


26. 세 부등식 $x^2+y^2\leqq 16$, $2x+y+3\geqq 0$, $x-2y-1\leqq 0$을 동시에 만족시키는 x, y에 대하여, $x+y$의 최대값을 M, 최소값을 m이라 할 때, M^2+m^2의 값을 구하시오. [3점]

27. 그림과 같이 평행사변형 ABCD를 9개의 작은 평행사변형으로 나눈다. 각각의 평행사변형 둘레의 길이가 내부의 숫자와 같을 때, 평행사변형 ABCD의 둘레의 길이를 구하시오. [3점]



28. 1보다 큰 두 수 A, B에 대하여 $\log A$의 지표와 가수는 각각 m, α이고 $\log B$의 지표와 가수는 각각 n, β일 때, 점 P, Q의 좌표를 $P(m, n)$, $Q(\alpha, \beta)$라 하자. 점 P는 곡선 $y=\frac{16}{x}\ (x>0)$ 위에 있고 점 Q는 직선 $y=-x+1$ 위에 있을 때, AB의 최대값과 최소값의 곱이 10^k이다. 실수 k의 값을 구하시오. [4점]



29. 표는 컴퓨터의 저장 용량을 표시하는 단위를 나타낸 것이다.

단위	1 Byte	1 KB	1 MB	1 GB
환산단위	8 Bit	1024 Byte	1024 KB	1024 MB

저장 용량의 크기가 50 GB의 저장 장치에 사진 파일의 크기가 32 KB인 파일을 최대 x개 저장할 수 있다. x는 몇 자리 정수인지 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3010$) [4점]

30. 높이가 같고 반지름의 길이가 다른 원기둥 모양의 물탱크 A, B가 있다. A에서는 물이 가득 찬 상태에서 매분 27 l씩 물을 빼고, 동시에 B에는 완전히 빈 상태에서 매분 16 l씩 물을 넣는다. A에서 물이 다 빠져나갔을 때, B는 전체 높이의 $\frac{3}{4}$ 만큼 물이 찼다. 물탱크 A와 B의 반지름 길이의 비를 $p:q$라 할 때, p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.