

제2교시

수리 영역 (가형)

성명		수험번호						2			
----	--	------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 답안지에 성명과 수험번호를 써 넣고, 또 수험번호, 문제유형, 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\log_2 16 - \log_2 \frac{1}{4}$ 을 간단히 하면? [2 점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

2. 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} + \sqrt{-4} \sqrt{-9} = a+bi$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2 점]

- ① -9 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 9

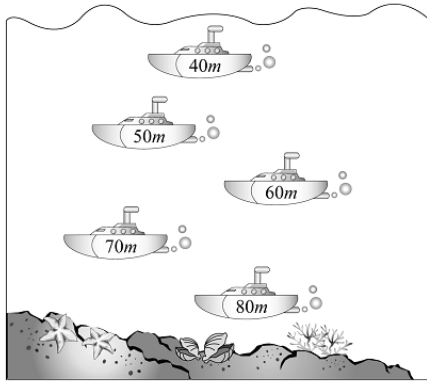
3. 임의의 양수 a, b 에 대하여 $a^2b \times \sqrt[3]{\frac{b^2}{a}}$ 을 간단히 하면? [3 점]

- ① $a^{\frac{4}{3}}b^{\frac{5}{3}}$ ② $a^{\frac{5}{3}}b^{\frac{5}{3}}$ ③ $a^{\frac{5}{3}}b^2$
 ④ a^2b^2 ⑤ $a^2b^{\frac{7}{3}}$

4. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, U 의 부분집합 X 에 대하여 $\{1, 3, 5\} \cup X = U$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [3 점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

5. 5 대의 잠수정들이 해저탐사를 위해 잠수 중이다. 잠수정이 바다 속으로 10m 내려갈 때마다 1기압씩 증가된 압력을 받는다. 5 대의 잠수정들이 각각 40m, 50m, 60m, 70m, 80m의 깊이에 있을 때, 이 잠수정들이 받는 압력의 표준편차는? [3 점]

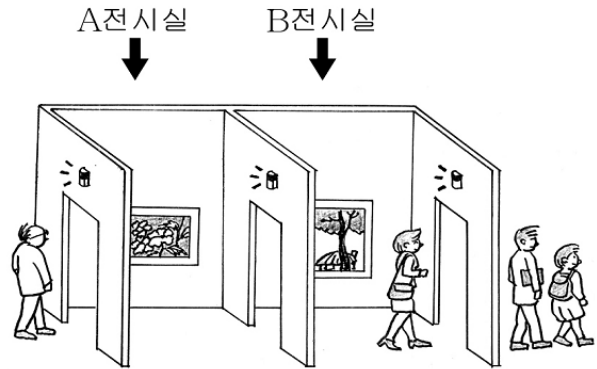


- ① 1
- ② $\sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{3}$
- ④ 2
- ⑤ $\sqrt{5}$

6. 함수 $f(x) = x^2 + x - 2$ 에 대하여 $f(f(1)) + f(f(-2))$ 의 값은? [3 점]

- ① -4
- ② -2
- ③ 0
- ④ 2
- ⑤ 4

7. 그림과 같이 A, B 두 전시실을 갖춘 화랑이 있다. 화랑의 모든 문은 한 사람이 지나갈 때마다 지나가는 문 위에 설치된 램프의 불이 한 번씩 깜박거리도록 설계되어 있으며 관람은 A, B 전시실 순서로 하고 거꾸로 진행할 수 없다. 관람을 시작하여 램프가 깜박거린 횟수의 합이 14회 일 때, 관람객 중 관람을 모두 마치고 나온 사람이 3명이었다. 이 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, 관람객은 동시에 2명 이상 문을 지나갈 수 없다.) [4 점]



<보 기>

ㄱ. B전시실 입구의 램프는 6회 깜박거렸다.
 ㄴ. B전시실에 1명이 있다면 A전시실에는 3명이 있다.
 ㄷ. 두 전시실에 있을 수 있는 최대 인원은 5명이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

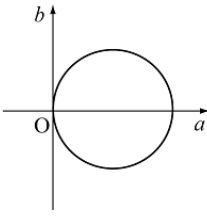
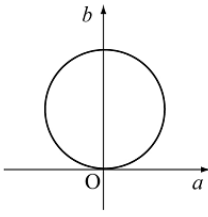
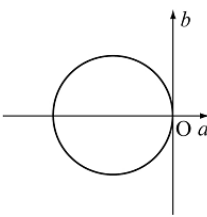
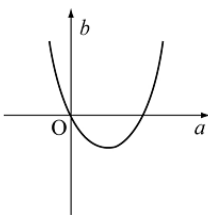
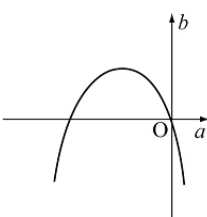
8. 이차정사각행렬 A 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, E 는 단위행렬, O 는 영행렬) [4 점]

<보 기>

ㄱ. $A^2 + E = O$ 이면 A 의 역행렬이 존재한다.
 ㄴ. $A^2 - A = O$ 이고 $A \neq E$ 이면 A 의 역행렬이 존재한다.
 ㄷ. $2A^2 - A = E$ 이고 $A^{2007} - A^{2006} = O$ 이면 $A = E$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

9. 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 가 행렬 $\begin{pmatrix} a+b & -2b-2 \\ -a & a+b \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않도록 움직일 때, 점 $P(a, b)$ 가 그리는 그래프의 개형은? [3 점]

- ① 
- ② 
- ③ 
- ④ 
- ⑤ 

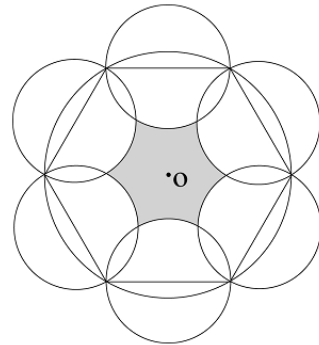
10. 1보다 큰 양수 a, b 에 대하여 $\ll a, b \gg$ 를 $\log_2(\log_a b)$ 라 정의할 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4 점]

<보 기>

ㄱ. $\ll a, a \gg = 1$
 ㄴ. $\ll b, a \gg = -\ll a, b \gg$
 ㄷ. $\ll a, b^2 \gg - \ll a^2, b \gg = 2$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 반지름의 길이가 2인 원 O 에 내접하는 정육각형이 있다. 그림과 같이 정육각형의 각 변을 지름으로 하는 원 6개를 그릴 때, 어두운 부분의 넓이는? [4 점]



- ① $3\sqrt{3} - \pi$ ② $3\sqrt{3} + \pi$ ③ $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$
- ④ $2\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{3}$

12. 이차정사각행렬 A 의 (m, n) 성분을 a_{mn} 이라고 하자. a_{mn} 은 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2mx + n = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지면 $a_{mn} = 1$, 중근을 가지면 $a_{mn} = 0$, 허근을 가지면 $a_{mn} = -1$ 이라고 할 때, 행렬 A 는? [3 점]

- ① $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

13. 좌표축 위에 있지 않은 두 점 $A(p, q)$, $B(r, s)$ 가 원 $O: x^2+y^2=1$ 위에 있고 $\overline{AB}=\sqrt{2}$ 이면, 두 점 $C(p, r)$, $D(q, s)$ 도 원 O 위에 있고, $\overline{CD}=\boxed{\text{(가)}}$ 임을 증명하는 과정이다.

두 점 $A(p, q)$, $B(r, s)$ 가 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점이므로
 $p^2+q^2=1 \dots\dots \textcircled{1}$
 $r^2+s^2=1 \dots\dots \textcircled{2}$
 $\overline{AB}^2=(r-p)^2+(s-q)^2=2 \times \boxed{\text{(가)}}=2$ 이므로
 $\boxed{\text{(가)}}=1 \dots\dots \textcircled{3}$
 $\textcircled{1}$ 을 q 에 대하여 정리하여 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $p^2+q^2=p^2\left(1+\frac{r^2}{s^2}\right)=1$ 이므로 $\boxed{\text{(나)}}$ 이 성립한다.
 따라서 $p^2+r^2=q^2+s^2=1$ 이므로
 두 점 $C(p, r)$, $D(q, s)$ 는 원 $x^2+y^2=1$ 위에 있다.
 또한 $\overline{CD}^2=(q-p)^2+(s-r)^2=2-2(pq+rs)$ 이다.
 $\textcircled{3}$ 과 $\boxed{\text{(나)}}$ 에 의하여 $pq+rs$ 의 값을 구할 수 있다.
 $\therefore \overline{CD}=\boxed{\text{(다)}}$

위의 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$1-pr+qs$	$p^2=r^2$	1
②	$1-pr-qs$	$p^2=s^2$	1
③	$1-pr+qs$	$p^2=s^2$	$\sqrt{2}$
④	$1-pr-qs$	$p^2=s^2$	$\sqrt{2}$
⑤	$1-pr+qs$	$p^2=r^2$	$\sqrt{2}$

14. $c = a \log_{\sqrt{12}} 3 + b \log_{144} 2$ 를 만족하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a:b:c$ 를 구하는 과정이다.

c 를 간단히 하면
 $c = a \log_{\sqrt{12}} 3 + b \log_{144} 2$
 $= \log_{\sqrt{12}} 3^a + \log_{144} 2^b$
 $= \log_{12} \boxed{\text{(가)}} \text{ 이므로}$
 $\boxed{\text{(가)}} = (3^c \cdot \boxed{\text{(나)}})$ 이다.
 따라서 $a:b:c = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$3^{2a} 2^{\frac{b}{2}}$	2^{2c}	1:4:2
②	$3^{\frac{a}{2}} 2^{2b}$	2^{2c}	1:8:2
③	$3^{2a} 2^{\frac{b}{2}}$	2^{2c}	1:8:2
④	$3^{\frac{a}{2}} 2^{2b}$	2^c	1:4:2
⑤	$3^{2a} 2^{\frac{b}{2}}$	2^c	1:4:2

15. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여

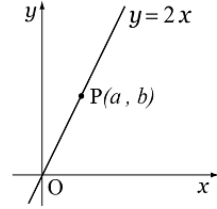
$2AB+E=O, A^{-1}+B^{-1}=E$ 가 성립할 때, A^2B+AB^2 을 간단히 하면? (단, X^{-1} 는 X 의 역행렬, E 는 단위행렬, O 는 영행렬) [4점]

- ① $\frac{1}{2}E$
- ② $\frac{1}{4}E$
- ③ $\frac{7}{4}E$
- ④ $\frac{9}{4}E$
- ⑤ $\frac{11}{4}E$

16. 유리함수 $f(x) = \frac{kx}{x+3}$ 의 그래프가 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭일 때, 실수 k 의 값은? [3점]

- ① -5
- ② -3
- ③ -1
- ④ 1
- ⑤ 3

17. 임의의 음이 아닌 실수 a 에 대하여 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 가 그림과 같이 직선 $y=2x$ 위를 움직일 때, $x=a^2, y=a+b$ 를 만족하는 점 $Q(x, y)$ 가 그리는 그래프의 개형은? [3점]



- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

18. 좌표평면 위의 점 $A(-2, 0)$ 과 중심이 C 인 원 $x^2-4x+y^2=0$ 위를 움직이는 점 P 에 대하여, $\triangle ACP$ 의 넓이가 자연수가 되게 하는 점 P 의 개수는? [3점]

- ① 12
- ② 13
- ③ 14
- ④ 15
- ⑤ 16

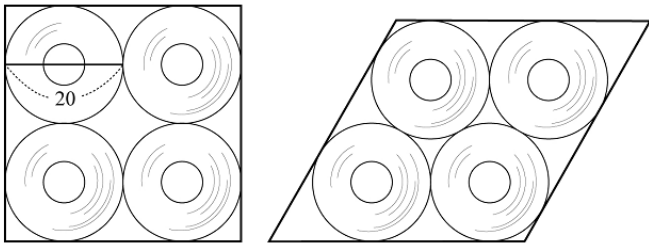
19. $\pi < \alpha < 2\pi$, $\pi < \beta < 2\pi$ 인 서로 다른 두 각 α , β 에 대하여, $\sin \alpha = \cos \beta$ 를 만족할 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\sin(\alpha + \beta) = 1$
 ㄴ. $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = 1$
 ㄷ. $\tan \alpha + \tan \beta = 1$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

20. 그림은 지름의 길이가 20인 두루마리 화장지를 각각 4개씩 단면이 정사각형인 상자와 마름모 모양인 상자에 담아 위에서 바라본 것이다. 정사각형과 마름모의 한 변의 길이의 차는? [4점]



- ① $40(\sqrt{2}-1)$ ② $40\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}-1\right)$
 ③ $40\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}-1\right)$ ④ $20\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}-1\right)$
 ⑤ $20\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}-1\right)$

21. 잡음지수(N_F)는 잡음에너지가 무잡음의 이상적인 전자기기에서 발생하는 잡음에너지보다 몇 배 더 추가되어 발생하는가를 나타내는 수치이고, 잡음인자(F)는 입력할 때의 신호와 잡음의 비율을 출력할 때의 신호와 잡음의 비율로 나눈 값이다. 잡음지수(N_F)와 잡음인자(F)는 다음과 같은 관계식을 갖는다고 한다.

$$F = 10^{\frac{N_F}{10}} \quad (N_F \neq 0)$$

어떤 전자기기의 잡음지수를 $\frac{1}{10}$ 배, $\frac{1}{100}$ 배 하여 구한 잡음인자를 각각 a , b 라 할 때, $\log_a b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{1000}$ ② $\frac{1}{100}$ ③ $\frac{1}{10}$
 ④ 10 ⑤ 100

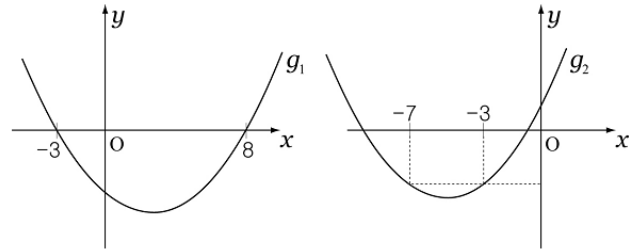
단답형 (22 ~ 30)

22. $\log_2 9 \times \log_{\sqrt{3}} 8$ 의 값을 구하시오. [2점]

23. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 9 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix}$ 가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 실수 k 값들의 합을 구하시오. [3 점]

24. $2^{30} \times 5^{20} = a \times 10^n$ 을 만족하는 자연수 n 에 대하여 $n + [a]$ 의 값을 구하시오. (단, $1 \leq a < 10$, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대 정수) [3 점]

25. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 를 같은 일차항의 계수를 잘못 보고 그래프 g_1 을, 음의 상수항을 잘못 보고 그래프 g_2 를 그렸다. 이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하시오. [3 점]

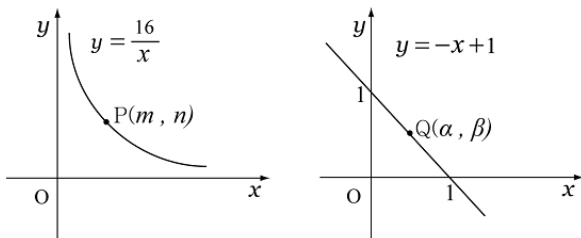


26. 세 부등식 $x^2 + y^2 \leq 16, 2x + y + 3 \geq 0, x - 2y - 1 \leq 0$ 을 동시에 만족시키는 x, y 에 대하여, $x + y$ 의 최대값을 M , 최소값을 m 이라 할 때, $M^2 + m^2$ 의 값을 구하시오. [3 점]

27. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여

$AB = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $A^{-1}B = \begin{pmatrix} 3 & 11 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$ 이다. $A^2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 일 때, d 의 값을 구하시오. (단, X^{-1} 는 X 의 역행렬) [3 점]

28. 1보다 큰 두 수 A, B 에 대하여 $\log A$ 의 지표와 가수는 각각 m, α 이고 $\log B$ 의 지표와 가수는 각각 n, β 일 때, 점 P, Q 의 좌표를 $P(m, n), Q(\alpha, \beta)$ 라 하자. 점 P 는 곡선 $y = \frac{16}{x} (x > 0)$ 위에 있고 점 Q 는 직선 $y = -x + 1$ 위에 있을 때, AB 의 최대값과 최소값의 곱이 10^k 이다. 실수 k 의 값을 구하시오. [4 점]



29. 표는 컴퓨터의 저장 용량을 표시하는 단위를 나타낸 것이다.

단위	1 Byte	1 KB	1 MB	1 GB
환산단위	8 Bit	1024 Byte	1024 KB	1024 MB

저장 용량의 크기가 50GB의 저장 장치에 사진 파일의 크기가 32 KB인 파일을 최대 x 개 저장할 수 있다. x 는 몇 자리 정수인지 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3010$) [4 점]

30. 높이가 같고 반지름의 길이가 다른 원기둥 모양의 물탱크 A, B 가 있다. A 에서는 물이 가득 찬 상태에서 매분 27 l씩 물을 빼고, 동시에 B 에는 완전히 빈 상태에서 매분 16 l씩 물을 넣는다. A 에서 물이 다 빠져나갔을 때, B 는 전체 높이의 $\frac{3}{4}$ 만큼 물이 찼다. 물탱크 A 와 B 의 반지름 길이의 비를 $p : q$ 라 할 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소) [4 점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오