

5. 행렬 $A = \begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ -2 & -a \end{pmatrix}$ 에서 $A^2 = A$ 를 만족시키는 양수 a 의 값은?
[3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

6. $2^{x+2y} = a$, $2^{x-y} = b$ 일 때, 2^{x+y} 을 a 와 b 로 나타내면? [3점]

- ① $\sqrt{\frac{a}{b}}$
- ② $\sqrt[3]{\frac{b}{a^2}}$
- ③ \sqrt{ab}
- ④ $\sqrt[3]{ab^2}$
- ⑤ $\sqrt[3]{a^2b}$

7. 이차정사각행렬 A 에 대하여 $A+E$ 의 역행렬이 $A-E$ 일 때, A 의 역행렬은? (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}A - E$
- ② $\frac{1}{2}A$
- ③ $\frac{1}{2}A + E$
- ④ $A - \frac{1}{2}E$
- ⑤ $A + \frac{1}{2}E$

8. $a^2 + b^2 = 1$ 을 만족시키는 모든 실수 a, b 에 대하여 x, y 에 대한 연립일차방정식이 단 한 쌍의 해를 갖는 것을 <보기>에서 모두 고르면? [4점]

< 보기 >

ㄱ. $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

ㄴ. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & b-2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

ㄷ. $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a-2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 의 공비가 각각 $3, \frac{1}{2}$ 일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고르면? (단, $a_1b_1 \neq 0$) [3점]

< 보기 >

ㄱ. 수열 $\left\{ \frac{a_n}{b_n} \right\}$ 은 공비가 6인 등비수열이다.

ㄴ. 수열 $\{a_n + 6b_n\}$ 은 공비가 3인 등비수열이다.

ㄷ. 수열 $\{a_{n+1} - 2a_n\}$ 은 공비가 3인 등비수열이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 2이상의 자연수 m, n 과 양의 실수 a, b 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보기>

- ㄱ. $\sqrt[m]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[mn]{ab}$
- ㄴ. $\sqrt[m]{a} < \sqrt[n]{b}$ 이면 $a < b$ 이다.
- ㄷ. $m < n$ 일 때, $\sqrt[m]{a} = \sqrt[n]{b}$ 이면 $a < b$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5$ 을 계산하면? [3점]

- ① $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$
- ② $\begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$
- ⑤ $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$

12. 두 이차정사각행렬 A, B 가 $AB = A - B$ 를 만족시킬 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고르면? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보기>

- ㄱ. $A - E$ 의 역행렬이 존재한다.
- ㄴ. $B - E$ 의 역행렬이 존재한다.
- ㄷ. $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 연립일차방정식 $\begin{pmatrix} a+2 & a \\ 2 & a-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 가 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값은? [4점]

- ① -1
- ② 0
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

14. 등비수열 $\{a_n\}$ 이 다음 두 조건을 만족시킨다.

이 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [3점]

I. $a_1 = 1$
 II. $\frac{a_3 + a_4}{a_2 + a_3} = 2$

- ① 511
- ② 512
- ③ 1023
- ④ 1024
- ⑤ 2047

15. $\log_x(-x^2 + 2x + 8)$ 가 정의되기 위한 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

16. 다음은 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 이 $a_n = pn + q$ 일 때,

모든 자연수 n 에 대하여

$$na_1 + (n-1)a_2 + (n-2)a_3 + \dots + a_n = \frac{1}{6}n(n+1)(pn + 2p + 3q)$$

임을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

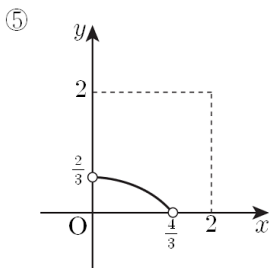
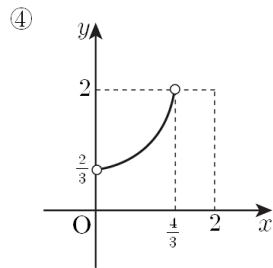
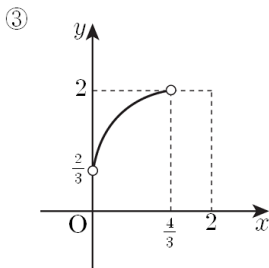
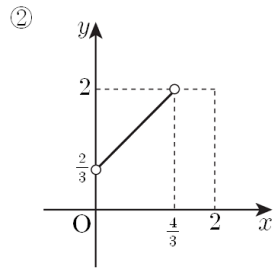
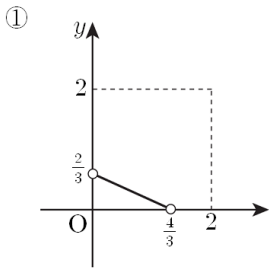
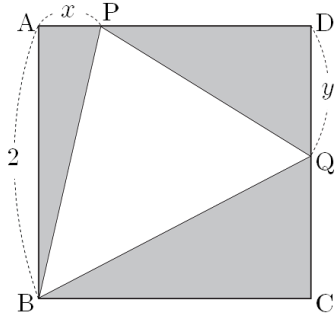
[증명]

i) $n = 1$ 일 때, (좌변)=(우변)= (가) 이므로 성립한다.
 ii) $n = k$ 일 때 성립한다고 가정하면
 $ka_1 + (k-1)a_2 + (k-2)a_3 + \dots + a_k = \frac{1}{6}k(k+1)(pk + 2p + 3q)$
 이 식의 양변에 (나) 를 더하면
 $ka_1 + (k-1)a_2 + (k-2)a_3 + \dots + a_k + (나) = \frac{1}{6}k(k+1)(pk + 2p + 3q) + (나)$
 $= \frac{1}{6}(k+1)\{pk^2 + (5p + 3q)k + (다)\}$
 $= \frac{1}{6}(k+1)(k+2)\{p(k+1) + 2p + 3q\}$
 그러므로 $n = k+1$ 일 때도 성립한다.
 i), ii)에 의해서 주어진 등식은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

이 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	pq	$a_1 + a_2 + \dots + a_k$	$3(p+q)$
②	pq	$a_1 + a_2 + \dots + a_k$	$4(p+q)$
③	$p+q$	$a_1 + a_2 + \dots + a_k$	$6(p+q)$
④	$p+q$	$a_1 + a_2 + \dots + a_{k+1}$	$4(p+q)$
⑤	$p+q$	$a_1 + a_2 + \dots + a_{k+1}$	$6(p+q)$

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD의 변 AD 위의 점 P에 대하여 $\overline{AP}=x$, 변 CD 위의 점 Q에 대하여 $\overline{DQ}=y$ 하자. $\triangle ABP$, $\triangle PQD$, $\triangle QBC$ 의 넓이가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x, y 사이의 관계를 그래프로 나타내면? [4점]



18. 다음은 $11^{15} < 55^9 < 11^{17} < 33^{13} < 11^{19}$ 임을 이용하여 세 수 $A=3^{273}$, $B=5^{189}$, $C=11^{126}$ 의 크기를 비교하는 과정이다.

먼저 A 와 B 의 크기를 비교해 보자.

189와 273의 최대공약수는 (가) 이므로

$$\frac{A}{B} = \frac{3^{273}}{5^{189}} = \left(\frac{3^{13}}{5^9}\right)^{21}$$

이다.

$11^{15} < 55^9 < 11^{17} < 33^{13} < 11^{19}$ 을 이용하면

$$3^{13} \text{ (나)} 5^9 \text{ 이므로}$$

$$\frac{A}{B} \text{ (나)} 1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore A \text{ (나)} B$$

같은 방법으로 A 와 C , B 와 C 의 크기를 비교할 수 있다.

따라서 A, B, C 의 대소 관계는 (다) 이다.

이 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	21	>	$B < A < C$
②	21	<	$A < C < B$
③	21	<	$C < A < B$
④	57	>	$B < C < A$
⑤	57	<	$C < A < B$

6

수리 영역(나형)

19. 어떤 공장에서 A 제품의 생산량은 전체 생산량의 80%를 차지한다. A 제품의 수요 감소가 예측되어 매년 A 제품의 생산량을 전년도 A 제품의 생산량에 비해 8%씩 줄이고, 대신에 다른 제품의 생산량은 늘려 전체 생산량을 일정하게 유지하려고 한다. 7년 후 A 제품의 생산량은 전체 생산량의 $a\%$ 라 할 때, a 의 값은? [4점]

<상용로그표>

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	.7404	.7412	.7419	.7427	.7435	.7443	.7451	.7459	.7466	.7474
9.2	.9638	.9643	.9647	.9652	.9657	.9661	.9666	.9671	.9675	.9680

- ① 43.56
- ② 44.64
- ③ 45.72
- ④ 46.80
- ⑤ 47.88

20. 수열 $1, 3, \frac{1}{3}, 5, 1, \frac{1}{5}, 7, \frac{5}{3}, \frac{3}{5}, \frac{1}{7}, \dots$ 에서 항의 값 1이 7번째로 나타나는 항은 몇 번째 항인가? [4점]

- ① 76
- ② 79
- ③ 82
- ④ 85
- ⑤ 88

21. 표면 절대 온도가 T , 반지름이 R 인 구형의 별이 단위 시간동안 우주공간으로 방출하는 복사 에너지량의 크기, 즉 광도 L 은 다음과 같다.

$$L = 4\pi k R^2 T^4 \quad (k \text{는 상수})$$

전갈자리에는 안타레스 A와 안타레스 B라는 구형의 별이 있다. A의 광도는 B의 40배이고, B의 표면 절대 온도는 A의 5배이다. A의 반지름을 a , B의 반지름을 b 라 할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은? [4점]

- ① $25\sqrt{10}$
- ② $50\sqrt{10}$
- ③ $\frac{2\sqrt{10}}{125}$
- ④ $\frac{2\sqrt{10}}{25}$
- ⑤ $\frac{25\sqrt{10}}{4}$

단답형

22. $\frac{16^{-4} \times 8^2 \times 4^{-3}}{8^{-9} \times 4}$ 의 값을 구하시오. [2점]

23. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 1$ 일 때, $a_{10} - a_1$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 제4항이 6, 제7항이 12인 등비수열이 있다. 이 수열의 제10항의 값을 구하시오. [3점]

25. 이차정사각행렬 A 의 (m, n) 성분 a_{mn} 을

$$a_{mn} = (\text{원점에서 직선 } y = mx + n \text{까지의 거리})$$

라고 하자. a_{21}^2 의 값을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. $\log_{10} 50$ 의 지표와 가수를 각각 n, α 라고 할 때, $n + 5^\alpha$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 다음과 같이 각 행의 등식이 성립하도록 \square 안에 자연수를 넣으려고 한다.

제1행에 있는 3개의 \square 안에 들어가는 수는 왼쪽부터 차례대로 공차가 1인 등차수열을 이룬다.

제2행에 있는 5개의 \square 안에 들어가는 수는 왼쪽부터 차례대로 공차가 2인 등차수열을 이룬다.

제3행에 있는 7개의 \square 안에 들어가는 수는 왼쪽부터 차례대로 공차가 3인 등차수열을 이룬다.

⋮

제 n 행에 있는 $(2n+1)$ 개의 \square 안에 들어가는 수는 왼쪽부터 차례대로 공차가 n 인 등차수열을 이룬다.

⋮

제1행 $\square + \square = \square$

제2행 $\square + \square + \square = \square + \square$

제3행 $\square + \square + \square + \square = \square + \square + \square$

⋮

제 n 행 $\square + \square + \square + \dots + \square = \square + \square + \dots + \square$

제 n 행의 맨 왼쪽의 수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ -\cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 B 가 $A = PBP^{-1}$ 를 만족시킨다. 행렬 B 의 모든 성분의 합이 1일 때, $\frac{120}{\pi}\theta$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]

29. 자연수 n 에 대하여 집합 $A_n = \{(x, y) \mid y > 2x, y \leq x+n, x \text{와 } y \text{는 자연수}\}$ 의 원소의 개수를 a_n 이라고 할 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [4점]

30. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 3x + k = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 하자. $\frac{\alpha}{\beta}$, $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, k^2 의 값을 구하시오. (단, $\alpha\beta \neq 0$) [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.