2007학년도 11월 고2 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 2교시 수리 영역 •

[가 형]

1	①	**2**	⑤	**3**	①	**4**	⑤	**5**	④
6	①	**7**	②	**8**	③	**9**	③	**10**	③
11	②	**12**	④	**13**	④	**14**	④	**15**	①
16	⑤	**17**	③	**18**	②	**19**	②	**20**	②
21	⑤	**22**	44	**23**	17	**24**	120	**25**	6
26	128	**27**	655	**28**	9	**29**	45	**30**	41

1. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 계산하기

[해설] $\log_2 48 - \log_2 6 = \log_2 8 = 3$

2. [출제의도] 행렬 계산하기

[해설] $(A^2 + A) - (A^2 - A)$

$= \begin{pmatrix} 11 & -6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

$2A = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

∴ 모든 성분의 합은 5

3. [출제의도] 무한수열의 극한 계산하기

[해설] 분모, 분자를 3^{n-1}으로 나누면

$$(\text{준식}) = \lim_{n\to\infty} \frac{2\cdot 3^2 + 2^3\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}}{1 - 2\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}} = 18$$

4. [출제의도] 서로 같은 행렬 이해하기

[해설] $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p+q & 2p \\ 3p & 4p+q \end{pmatrix}$이므로

$p+q=4,\ \ 2p=-2$

$3p=-3,\ 4p+q=1$

그러므로 $p=-1,\ q=5\ \ \therefore\ pq=-5$

5. [출제의도] 상용로그의 가수의 성질 이해하기

[해설] $\log_{10} 7 = \alpha$ (단, $0 \le \alpha < 1$),

$\log_{10} 11 = 1 + \beta$ (단, $0 \le \beta < 1$),

$\log_{10} 77^2 = 2(\log_{10} 7 + \log_{10} 11)$,

$= 2\alpha + 2\beta + 2$

한편, $77^2 = 5929$이므로 $\log_{10} 77^2$의 지표는 3이다.

따라서 $\log_{10} 77^2$의 가수는

$(2\alpha + 2\beta + 2) - 3 = 2\alpha + 2\beta - 1$이다.

6. [출제의도] 식을 변형하여 지수법칙 적용하기

[해설] $\alpha + \beta = 7$이므로

(준식)$= 2^{\alpha+\beta-2}$

$= 2^5 = 32$

7. [출제의도] 수렴하는 무한급수와 일반항 사이의 관계 이해하기

[해설] $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n} - 2\right)$이 수렴하므로

$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\frac{a_n}{n} - 2\right) = 0$이다.

$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{n} = 2$이므로

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n - 3n + 2}{2a_n + n - 4} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{a_n}{n} - 3 + \frac{2}{n}}{2\cdot\frac{a_n}{n} + 1 - \frac{4}{n}}$$

$$= \frac{2-3}{2\cdot 2+1} = -\frac{1}{5}$$

8. [출제의도] 역행렬이 존재하지 않는 조건 추론하기

[해설] ㄱ. $a^2 + b^2 = 1 \neq 0$이므로 단 한 쌍의 해를 갖는다.

ㄴ. $b - 2 - a = 0$과 $a^2 + b^2 = 1$을 동시에 만족하는 $a,\ b$가 없으므로 항상 단 한 쌍의 해를 갖는다.

ㄷ. $a(a-2) + b^2 = 0$과 $a^2 + b^2 = 1$을 동시에 만족하는 두 쌍의 $a,\ b$에 대하여 해를 갖지 않는다.

9. [출제의도] 등비수열의 성질 추론하기

[해설] 수열$\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 첫째항을 각각 $a_1,\ b_1$라 하면

$a_n = a_1 \cdot 3^{n-1},\ \ b_n = b_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$이다.

ㄱ. $\dfrac{a_n}{b_n} = \dfrac{a_1 \cdot 3^{n-1}}{b_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}} = \dfrac{a_1}{b_1} \cdot 6^{n-1}$ (참)

ㄴ. (반례) $a_n = 3^{n-1}$, $b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$이라 하면,

수열 $\{a_n + 6b_n\}$의 첫째항은 7, 제2항은 6,

제3항은 $\frac{21}{2}$, …은 등비수열이 아니다. (거짓)

ㄷ. $a_{n+1} - 2a_n = a_1 \cdot 3^n - 2a_1 \cdot 3^{n-1}$

$= a_1 \cdot 3^{n-1}(3-2)$

$= a_1 \cdot 3^{n-1}$ (참)

10. [출제의도] 거듭제곱근의 성질 추론하기

[해설] ㄱ. $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ (참)

ㄴ. $\sqrt[n]{a} > 0,\ \sqrt[n]{b} > 0$이므로 $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$의 양변을 n제곱하여도 부등호 방향이 변하지 않는다.

∴ $a < b$ (참)

ㄷ. (반례) $m = 2,\ n = 3,\ a = \frac{1}{4},\ b = \frac{1}{8}$이면

$\sqrt[2]{\frac{1}{4}} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ 이지만 $\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$이다. (거짓)

11. [출제의도] 로그함수의 성질 이해하기

[해설] $\mathrm{P}_n(n,\ \log_3 n),\ \mathrm{P}_{n+1}(n+1,\ \log_3(n+1))$

$$g(n) = \frac{\log_3(n+1) - \log_3 n}{n+1-n} = \log_3 \frac{n+1}{n}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{80} g(k) = \log_3 \frac{2}{1} + \log_3 \frac{3}{2} + \cdots + \log_3 \frac{81}{80}$$

$$= \log_3\left(\frac{2}{1} \times \frac{3}{2} \times \cdots \times \frac{81}{80}\right)$$

$$= \log_3 81 = 4$$

12. [출제의도] 행렬의 성질의 참, 거짓 추론하기

[해설] ㄱ. (반례) $A = E,\ B = \frac{1}{2}E$이면

$AB = A - B$이지만 $A - E = O$이므로 역행렬이 존재하지 않는다. (거짓)

ㄴ. $AB - A + B - E = -E$

$(B-E)(-A-E) = E$이므로

$B - E$의 역행렬은 $-A-E$이다. (참)

ㄷ. $B - E$와 $-(A+E)$가 역행렬이므로

$-(B-E)(A+E) = E$

$-(A+E)(B-E) = E$에서

$-BA - B + A + E = -AB + A - B + E$

이므로 $AB = BA$이다.

∴ $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ (참)

13. [출제의도] 지수함수의 성질을 이용하여 함수값 나타내기

[해설] $f(x) = a^x = 12,\ a^p = 2,\ a^q = 3$이고

$12 = 2^2 \cdot 3 = a^{2p} \cdot a^q = a^{2p+q}$

∴ $g(12) = 2p + q$

14. [출제의도] 로그함수의 그래프의 성질 이해하기

[해설] $nx = \frac{n}{x}$에서 $x = \pm 1$이므로

두 그래프의 교점 $\mathrm{A}_n(1,\ n)$, $\mathrm{B}_n(-1,\ -n)$이고 $\mathrm{C}_n(1,\ 0)$이다.

직선 $\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$의 방정식은 $y = \frac{n}{2}(x-1)$이므로

$\mathrm{D}_n\left(0,\ -\frac{n}{2}\right)$이다.

따라서 $S_n = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \left(\frac{n}{2} + n\right) = \frac{3}{4}n$

$T_n = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{n}{2} = \frac{n}{4}$

$$\therefore\ (\text{준식}) = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n}{4} + n}{\frac{3}{4}n + n + 1} = \frac{5}{7}$$

15. [출제의도] 지수부등식, 로그부등식의 영역 구하기

[해설] $\left(\frac{1}{2}\right)^x \le \left(\frac{1}{2}\right)^y$, 밑이 1보다 작으므로 $y \le x$

$\log_2(y+1) \ge \log_2(-x+3)$,

진수조건에 의해 $y > -1,\ x < 3$,

밑이 1보다 크므로 $y + 1 \ge -x + 3$,

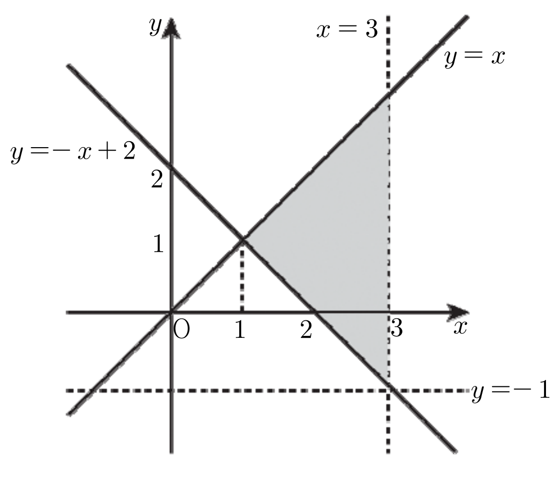
$y \ge -x + 2$

$y = x$와 $y = -x + 2$의 교점은 $(1,\ 1)$,

$x = 3$과 $y = x$의 교점은 $(3,\ 3)$,

$x = 3$과 $y = -x + 2$의 교점은 $(3,\ -1)$이므로

(구하는 영역의 넓이) $= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$



16. [출제의도] 수학적귀납법으로 명제 증명하기

[해설] (가) $\boxed{p+q}$

(나) $\boxed{a_1 + a_2 + \cdots + a_{k+1}}$

(다) $\boxed{6(p+q)}$

17. [출제의도] 도형의 규칙성을 파악하여 무한등비급수 의 값 구하기

[해설] 부채꼴의 반지름을 R_n, 원뿔의 밑면의 반지름을 r_n이라 하면 $\frac{3}{4}\cdot 2\pi R_n = 2\pi r_n$, $r_n = \frac{3}{4}R_n$

원뿔의 모선이 R_n이므로

(높이)$=\sqrt{1-\frac{9}{16}}R_n = \frac{\sqrt{7}}{4}R_n$

$\therefore\ V_n = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{3}{4}R_n\right)^2\cdot\frac{\sqrt{7}}{4}R_n$

$= \frac{3\sqrt{7}}{64}R_n^3\,\pi$

한편, $\{R_n\}$은 첫째항이 4, 공비가 $\frac{1}{2}$인 등비수열

$\{V_n\}$은 첫째항이 $3\sqrt{7}\pi$, 공비가 $\frac{1}{8}$인 등비수열

$\therefore\ \sum_{n=1}^{\infty} V_n = \frac{3\sqrt{7}\pi}{1-\frac{1}{8}} = \frac{24\sqrt{7}}{7}\pi$

18. [출제의도] 지수의 크기를 비교하는 과정 추론하기

[해설] (가) $\boxed{21}$

(나) $\boxed{<}$

(다) $\boxed{A<C<B}$

19. [출제의도] 상용로그를 이용하여 실생활의 문제 해결하기

[해설] 현재 전체생산량을 P라 하면

A 제품의 생산량은 $0.8P$이다.

7년 후 A 제품의 생산량은 $0.8P(1-0.08)^7$

$\log_{10}0.92^7 = 7\log_{10}0.92$

$= 7(\log_{10}9.2-1)$

$= 6.7466-7$

$=-1+0.7466 = \log_{10}0.558$

$\therefore\ 0.8P\times 0.558 = 0.4464P$

$\therefore\ a = 44.64$

20. [출제의도] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] (i) A8, A9, A10 세 좌석과 나머지 이웃한 두 좌석을 예약하는 방법의 수는 9가지이다.

(ii) C1, C2, C3 세 좌석과 나머지 이웃한 두 좌석을 예약하는 방법의 수는 9가지이다.

(iii) F7, F8, F9, F10 중에서 이웃한 세 좌석을 예약하는 경우는 2가지이고, 각각의 경우에 나머지 이웃한 두 좌석을 예약하는 방법의 수는 8가지이므로 모두 16가지이다.

(i), (ii), (iii)에서 $\therefore\ 9+9+16=34$(가지)

21. [출제의도] 로그함수의 그래프 추론하기

[해설] $2^x = t$라 하면

$x=\log_2 t$(진수조건에서 $x>0$이므로 $t>1$이다.)

$f(t) = -\log_3(\log_2 t) = \log_{\frac{1}{3}}(\log_2 t)$

$\log_{\frac{1}{3}}(\log_2 t)=0$이 되는 값은 $t=2$이므로

x축과의 교점이 $(2,\ 0)$이고 $\log_2 t$가 증가하므로

$0<$(밑)<1인 로그함수 그래프이다.

22. [출제의도] 무한등비수열의 수렴 조건 이해하기

[해설] 주어진 등비수열의 공비는 $\frac{x-5}{4}$이다.

무한등비수열이 수렴하려면

$-1<\frac{x-5}{4}\le 1$

$\therefore 1<x\le 9$

$\therefore$ 모든 정수 x값의 합은 44이다.

23. [출제의도] 수열의 합과 일반항 사이의 관계 이해하기

[해설] $a_{10} = S_{10}-S_9$

$=(100+1)-(81+1)=19$

$a_1 = S_1 = 2\ \therefore\ a_{10}-a_1 = 17$

24. [출제의도] 조합을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] 지원자 9명 중 4명을 선발하는 경우의 수는 ${}_9\mathrm{C}_4$, 모두 남학생, 또는 모두 여학생만 선발하는 경우의 수는 ${}_5\mathrm{C}_4+{}_4\mathrm{C}_4$

따라서 남학생과 여학생이 적어도 한 명씩은 포함되도록 하는 경우의 수는 ${}_9\mathrm{C}_4-({}_5\mathrm{C}_4+{}_4\mathrm{C}_4)=120$

25. [출제의도] 점과 직선사이의 거리로 정의된 행렬의 성분 구하기

[해설] $a_{21}=$(원점에서 직선 $y=2x+1$까지의 거리)

$=\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\therefore a_{21}{}^2 = \frac{1}{5}$

$\therefore p+q=6$

26. [출제의도] 지수방정식의 해 구하기

[해설] $2^x = X$, $2^y = Y$라 하면

$X(X+Y)=192\cdots$ ①

$Y(X+Y)=384\cdots$ ②

①÷②를 하면 $\frac{X}{Y}=\frac{1}{2}$,

$Y=2X$를 ①에 대입하면 $3X^2=192$

$X=8,\ \ Y=16$

$\therefore\ 2^{x+y}=2^x\cdot 2^y = 8\times 16 = 128$

27. [출제의도] 도형으로 정의된 수열의 규칙성을 파악하여 항의 수 추론하기

[해설] 수열 $\{a_n\}$은 제2행부터 시작되므로 제k행에 있는 항의 개수는 $(k-1)$개이다.

따라서, 제k행까지의 항의 개수는

$1+2+3+\cdots+(k-1)=\frac{(k-1)k}{2}$이고,

$\frac{(k-1)k}{2}<100$인 최대의 k는 14이므로 제14행까지의 항의 개수는 91개이다.

그러므로 a_{100}은 15행 9번째 항이다.

$\therefore\ a_{100}=$(14행의 9번째 수)+(15행의 9번째 수)+(15행의 10번째 수)이다.

각 행의 첫 번째 수를 수열 $\{b_n\}$이라 하면 $\{b_n\}$의 계차수열은 첫째항이 2이고 공차가 2인 등차수열이다.

$\therefore\ b_n = 1+\sum_{k=1}^{n-1}2k = n^2-n+1$

(14행의 9번째 수)$=14^2-14+1+8\cdot 2$

$=199$

(15행의 9번째 수)$=15^2-15+1+8\cdot 2$

$=227$

(15행의 10번째 수)$=227+2=229$

$\therefore\ a_{100}=199+227+229=655$

28. [출제의도] 행렬의 곱의 성분이 소수가 되는 조건 구하기

[해설] $\begin{pmatrix} n-1 & 9-3n\end{pmatrix}\begin{pmatrix} n^2-4n+4 \\ n-1\end{pmatrix}$

$=(n-1)(n-2)^2-3(n-1)(n-3)$

$=(n-1)(n^2-7n+13)$

$(n-1)(n^2-7n+13)$이 소수가 되려면

$n-1=1$이고 $n^2-7n+13$은 소수이거나

$n^2-7n+13=1$이고 $n-1$은 소수이어야 한다.

따라서 $n=2,\ 3,\ 4$이고,

이때의 성분은 각각 3, 2, 3이다.

$\therefore$ 모든 n의 합은 9이다.

29. [출제의도] 부등식의 영역을 만족시키는 자연수 해의 개수를 $\sum$를 이용하여 구하기

[해설] $y=2x$와 $y=x+n$의 교점의 좌표는 $(n,\ 2n)$

$x=k$(단, $k=1,\ 2,\ \cdots,\ n$)일 때 자연수의 y의 개수는 $(k+n)-2k=n-k$

$\therefore\ a_{10}=\sum_{k=1}^{10}(10-k)=45$

30. [출제의도] 조건을 만족하는 순열의 수 구하기

[해설] 세 자리 자연수가 3의 배수가 되려면 각 자리수의 합이 3의 배수가 되어야 한다.

(i) 같은 수가 3개 있는 경우 :

$(1,\ 1,\ 1),\ (2,\ 2,\ 2),\ \cdots,\ (5,\ 5,\ 5)$

: $1\times 5=5$(가지)

(ii) 같은 수가 2개 있는 경우 :

$(1,\ 1,\ 4),(1,\ 4,\ 4),\ (2,\ 2,\ 5),\ (2,\ 5,\ 5)$

: $4\times\frac{3!}{2!}=12$(가지)

(iii) 같은 수가 없는 경우 :

$(1,\ 2,\ 3),\ (1,\ 3,\ 5),\ (2,\ 3,\ 4),\ (3,\ 4,\ 5)$

: $4\times 3!=24$(가지)

(i), (ii), (iii)에서

$\therefore\ 5+12+24=41$(가지)

[나 형]

1	①	**2**	⑤	**3**	①	**4**	⑤	**5**	①
6	⑤	**7**	②	**8**	③	**9**	③	**10**	③
11	④	**12**	④	**13**	④	**14**	③	**15**	②
16	⑤	**17**	④	**18**	②	**19**	②	**20**	④
21	②	**22**	512	**23**	17	**24**	24	**25**	6
26	11	**27**	225	**28**	20	**29**	45	**30**	324

1. [출제의도] 수리'가'형 1번과 같음

2. [출제의도] 수리'가'형 2번과 같음

3. [출제의도] 로그의 성질 이해하기

[해설] $\log_{10}2 = a$이고

$\log_{125}4 = \frac{\log_{10}4}{\log_{10}125} = \frac{2\log_{10}2}{3\log_{10}5}$

$=\frac{2\log_{10}2}{3(1-\log_{10}2)}$

$=\frac{2a}{3(1-a)}$

4. [출제의도] 수리'가'형 4번과 같음

5. [출제의도] 등식을 만족시키는 행렬 구하기

[해설] $A^2 = \begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ -2 & -a\end{pmatrix}\begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ -2 & -a\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} a^2+2a-1 & 1 \\ -2 & a^2-2\end{pmatrix}$

$\therefore\ \begin{pmatrix} a^2+2a-1 & 1 \\ -2 & a^2-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ -2 & -a\end{pmatrix}$

$\therefore\ a^2+a-2=0$

$a=-2,\ a=1$에서 $a>0$이므로 $a=1$

6. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 식 변형하기

[해설] $2^{x+2y}=a,\ 2^{x-y}=b$

$2^{3x}=2^{x+2y}\cdot(2^{x-y})^2 = ab^2$

$$2^{3y} = \frac{2^{x+2y}}{2^{x-y}} = \frac{a}{b}$$

$$2^{x+y} = (2^{3x} \cdot 2^{3y})^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(ab^2 \cdot \frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a^2 b}$$

7. [출제의도] 역행렬의 정의를 이용하여 역행렬 구하기

[해설] $(A+E)(A-E) = E$이므로

$A^2 - E = E,\ A^2 = 2E$

$\frac{1}{2}A^2 = A\left(\frac{1}{2}A\right) = E$

$\therefore\ A^{-1} = \frac{1}{2}A$

8. [출제의도] 수리'가'형 8번과 같음

9. [출제의도] 수리'가'형 9번과 같음

10. [출제의도] 수리'가'형 10번과 같음

11. [출제의도] 행렬의 거듭제곱 계산하기

[해설] $A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -E$

(준식)$= A - E - A + E + A$

$= A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$

12. [출제의도] 수리'가'형 12번과 같음

13. [출제의도] 연립일차방정식의 근과 역행렬의 관계 이해하기

[해설] $\begin{pmatrix} a+2 & a \\ 2 & a-1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$에서

$(a+2)(a-1) - 2a = 0$이어야 하므로

$a = -1$ 또는 $a = 2$

$a = -1$일 때 무수히 많은 해를 가지고

$a = 2$일 때 해를 갖지 않는다.

14. [출제의도] 등비수열의 합 구하기

[해설] 등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r이라 하면

$\frac{a_3 + a_4}{a_2 + a_3} = \frac{r^2 + r^3}{r + r^2} = r = 2$이다.

$\therefore \sum_{k=1}^{10} a_k = \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 1023$

15. [출제의도] 로그가 정의되기 위한 조건 이해하기

[해설] (ⅰ) (밑)> 0, (밑)$\neq 1$이므로

$x > 0$이고 $x \neq 1$

(ⅱ) (진수) > 0이므로

$-x^2 + 2x + 8 > 0$

$(x-4)(x+2) < 0$

$\therefore\ -2 < x < 4$

(ⅰ)과 (ⅱ)의 공통범위는 $0 < x < 1,\ 1 < x < 4$

따라서 구하는 정수 x는 2, 3이다.

16. [출제의도] 수리'가'형 16번과 같음

17. [출제의도] 등차중항을 이용하여 관계식 찾기

[해설] $\triangle$ABP, $\triangle$PQD, $\triangle$QBC의 넓이를 각각 $S_1,\ S_2,\ S_3$이라 하면

$S_1 = x,\ S_2 = \frac{1}{2}y(2-x),\ S_3 = 2 - y$

$S_1,\ S_2,\ S_3$이 이 순서로 등차수열을 이루므로

$2S_2 = S_1 + S_3$

$y(2-x) = x + (2-y)$

$y = \frac{-x-2}{x-3} = \frac{-5}{x-3} - 1$

(단, $0 < x < 2,\ 0 < y < 2$)

18. [출제의도] 수리'가'형 18번과 같음

19. [출제의도] 수리'가'형 19번과 같음

20. [출제의도] 여러 가지 수열의 규칙성 파악하기

[해설] 주어진 수열을 다음과 같이 묶어 군의 규칙성을 찾아보면

제1군 제2군 제3군 제4군 $\cdots$

$(1),\ \left(3,\ \frac{1}{3}\right),\ \left(5,\ 1,\ \frac{1}{5}\right),\ \left(7,\ \frac{5}{3},\ \frac{3}{5},\ \frac{1}{7}\right),$

$\cdots$

1은 제$(2n-1)$군의 n번째에 나타난다.

따라서 1이 7번째 나타나는 항은 제13군의 7번째이다.

$\therefore\ \sum_{k=1}^{12} k + 7 = \frac{12 \cdot 13}{2} + 7 = 85$

21. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 실생활의 문제 해결하기

[해설] A의 광도를 L_{A}, B의 광도를 L_{B}, A의 표면 절대 온도를 T라고 하면

$\frac{L_{\mathrm{A}}}{L_{\mathrm{B}}} = \frac{4\pi k a^2 T^4}{4\pi k b^2 (5T)^4} = 40$이므로

$\frac{a^2}{b^2} = 40 \times 5^4$

$\therefore\ \frac{a}{b} = 50\sqrt{10}$

22. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 계산하기

[해설] (준식)$= \frac{(2^4)^{-4} \times (2^3)^2 \times (2^2)^{-3}}{(2^3)^{-9} \times 2^2}$

$= \frac{2^{-16} \times 2^6 \times 2^{-6}}{2^{-27} \times 2^2}$

$= 2^9 = 512$

23. [출제의도] 수리'가'형 23번과 같음

24. [출제의도] 등비수열의 일반항 구하기

[해설] 첫째항을 a, 공비를 r이라 하면

$a_4 = ar^3 = 6 \cdots$ ①

$a_7 = ar^6 = 12 \cdots$ ②

② $\div$ ①을 하면 $\frac{ar^6}{ar^3} = \frac{12}{6},\ r^3 = 2$

$a_{10} = ar^9 = ar^3(r^3)^2 = a_4 \cdot 2^2$

$= 6 \times 4 = 24$

25. [출제의도] 수리'가'형 25번과 같음

26. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수의 성질 이해하기

[해설] $\log_{10} 50 = 1 + \log_{10} 5$이므로

$n = 1,\ \alpha = \log_{10} 5$이다.

$5^{\frac{1}{\alpha}} = 5^{\frac{1}{\log_{10} 5}} = 5^{\log_5 10} = 10$

$\therefore\ n + 5^{\frac{1}{\alpha}} = 1 + 10 = 11$

27. [출제의도] 도형으로 정의된 수열의 규칙성을 파악하여 항의 수 추론하기

[해설] 제n행의 좌변은 첫째항이 a_n, 공차가 n인 등차수열의 $(n+1)$개 항의 합이고, 우변은 첫째항이 $a_n + n(n+1)$이고 공차가 n인 등차수열의 n개 항의 합이므로

$a_n + (a_n + n) + (a_n + 2n) + \cdots + (a_n + n^2)$

$= \{a_n + n(n+1)\} + \{a_n + n(n+2)\} + \cdots$

$+ (a_n + 2n^2)$

$\frac{(n+1)(2a_n + n^2)}{2} = \frac{n(2a_n + 3n^2 + n)}{2}$

$\therefore\ a_n = n^3$

$\therefore \sum_{k=1}^{5} a_k = \sum_{k=1}^{5} k^3 = \left(\frac{5 \cdot 6}{2}\right)^2 = 225$

(참고)

제1행 $1 + 2 = 3$

제2행 $8 + 10 + 12 = 14 + 16$

제3행 $27 + 30 + 33 + 36 = 39 + 42 + 45$

$\vdots$

28. [출제의도] 행렬의 역행렬과 곱셈 계산하기

[해설] $P^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$이므로

$B = P^{-1}AP$

$= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ -\cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix}$

모든 성분의 합은 $2\sin\theta = 1$이므로

$\sin\theta = \frac{1}{2}$이고 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$이므로

$\theta = \frac{\pi}{6}$이다. $\therefore\ \frac{120}{\pi}\theta = 20$

29. [출제의도] 수리'가'형 29번과 같음

30. [출제의도] 등비중항과 근과 계수와의 관계를 이용하여 상수의 값 구하기

[해설] $\alpha,\ \beta$가 $x^2 - 3x + k = 0$의 두 실근이므로

$\alpha + \beta = 3,\ \alpha\beta = k$이다.

$\frac{\alpha}{\beta},\ \alpha + \beta,\ \alpha\beta$가 등비수열을 이루므로

$(\alpha + \beta)^2 = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \alpha\beta = \alpha^2 = 9$

따라서 $\begin{cases} \alpha = 3 \\ \beta = 0 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} \alpha = -3 \\ \beta = 6 \end{cases}$

$\alpha\beta \neq 0$이므로 $\alpha = -3,\ \beta = 6$

$k = \alpha\beta = -18$

$\therefore\ k^2 = 324$