

5. 첫째항이 400, 공차가 -5 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_3}} + \frac{1}{\sqrt{a_3} + \sqrt{a_5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{59}} + \sqrt{a_{61}}}$$

의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

6. 함수 $f(x) = \log_3 x$ 에 대하여 $(f \circ f)(x) \leq 1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는? [3점]

- ① 17 ② 20 ③ 23 ④ 26 ⑤ 29

7. 함수 $f(x) = 2^{x^2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3}$ 의 최소값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

8. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = \frac{1}{3}$, $a_{n+1} = \sqrt{a_n}$ 을 만족할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ 1 ⑤ 3

'나'형

9. 어느 스포츠용품점에서는 운동화를 사는 고객에게 양말 또는 장갑 중 한 켤레를, 등산화를 사는 고객에게 양말과 장갑을 모두 한 켤레씩 사은품으로 주는 행사를 하였다. 다음 표는 이 행사 기간에 판매한 신발의 수와 지급한 사은품의 수를 나타낸 것이다.

<판매한 신발의 수>		<지급한 사은품의 수>	
(단위 : 켤레)		(단위 : 켤레)	
운동화	등산화	양말	장갑
350	250	400	450

양말을 사은품으로 받은 고객이 운동화를 산 고객일 확률은?
(단, 두 켤레 이상의 신발을 구입한 고객은 없다.) [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

10. x 보다 크지 않은 최대의 정수를 $[x]$ 로 나타낼 때, 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $1 < a < 10$ 일 때, $[\log 100a] = 2$ 이다.
 ㄴ. $[\log x] = 3$ 인 정수 x 의 개수는 9×10^3 이다.
 ㄷ. 자연수 n 에 대하여 $[\log x] = n$ 이면 $[\log x^2] = 2n$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, E 는 단위행렬, O 는 영행렬이다.) [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $A^2 = B^2$ 이면 $A = B$ 또는 $A = -B$ 이다.
 ㄴ. $A^2 = O$ 이면 $E + A$ 의 역행렬이 존재한다.
 ㄷ. $A \neq E$ 이고 $A^2 = A$ 이면 A 의 역행렬이 존재하지 않는다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^4 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^5 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^6$

을 전개한 식에서 x^2 항의 계수는? [4점]

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

13 다항식 $x^{10} + x^9 + \dots + x^2 + x + 1$ 을 $x-1$ 로 나눈 몫을 $f(x)$ 라고 할 때, $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지는? [3점]

- ① $2^{10} - 10$ ② $2^{10} + 11$ ③ $2^{11} - 12$
- ④ $2^{11} - 10$ ⑤ $2^{11} + 11$

14 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = (n^n$ 의 일의 자리의 수)로 정의할 때, 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $a_3 = 7$ ㄴ. $\sum_{k=1}^5 a_{2k} = 22$ ㄷ. $a_{13} = a_{23}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

15 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 $2^{n+1} > n(n+1) + 1$ 이 성립함을 증명한 것이다.

<증명>

(i) $n=1$ 일 때, $4 > 2+1$
 $n=2$ 일 때, $8 > 6+1$ 이므로 성립한다.

(ii) $n=k(k \geq 2)$ 일 때, $2^{k+1} > \boxed{\text{(가)}} + 1 \dots \textcircled{1}$
 이 성립한다고 가정하자.

$\textcircled{1}$ 의 양변에 2를 곱하면
 $2^{k+2} > 2(k^2 + k + 1)$

이때, $2(k^2 + k + 1) - \boxed{\text{(나)}} = k^2 - k - 1$
 $k \geq 2$ 일 때, $k^2 - k - 1 \boxed{\text{(다)}} 0$ 이므로
 $2^{k+2} > 2(k^2 + k + 1) > \boxed{\text{(나)}}$

$\therefore 2^{k+2} > \boxed{\text{(나)}}$

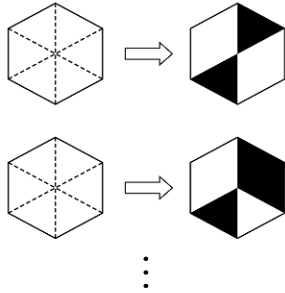
따라서 $n = k + 1$ 일 때도 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 $2^{n+1} > n(n+1) + 1$ 이 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- | (가) | (나) | (다) |
|------------|--------------------|-----|
| ① $k(k-1)$ | $(k+1)(k+2)$ | < |
| ② $k(k+1)$ | $(k+1)(k+2)$ | > |
| ③ $k(k-1)$ | $\{(k+1)(k+2)+1\}$ | > |
| ④ $k(k-1)$ | $\{(k+1)(k+2)+1\}$ | < |
| ⑤ $k(k+1)$ | $\{(k+1)(k+2)+1\}$ | > |

16 그림과 같이 정육각형을 6등분하고 있는 정삼각형에 흰색 또는 검은색을 칠하여 정육각형을 네 부분으로 구분하려고 한다. 이때, 서로 다른 모양으로 색칠하는 방법은 모두 몇 가지인가? (단, 회전에 의하여 겹쳐지는 모양은 같은 것으로 본다.) [4점]



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

17 어느 양궁 종목에서 사용하는 표적지는 원의 반지름의 길이가 각각 4cm, 8cm, 12cm, ..., 40cm로 4cm씩 증가하는 10개의 동심원으로 되어 있다. 표적지의 중심에서 화살이 꽂힌 곳까지의 거리를 X 라고 할 때 $0 \leq X \leq 4$ 이면 10점, $4 < X \leq 8$ 이면 9점, $8 < X \leq 12$ 이면 8점, ..., $36 < X \leq 40$ 이면 1점, $X > 40$ 이면 0점을 득점한다.

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
2.0	0.4772
3.0	0.4987

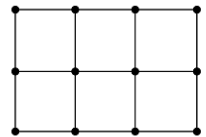
기록에 의하면 양궁 선수 A가 화살을 쏘았을 때 표적지의 중심에서 화살이 꽂힌 곳까지의 거리는 평균 8cm, 표준편차 2cm인 정규분포를 따른다고 한다. A가 12발의 화살을 쏘았을 때 8점을 득점한 화살의 개수 Y 의 기대값 $E(Y)$ 는? [4점]

- ① 4.0956 ② 4.9112 ③ 5.7264
 ④ 5.8554 ⑤ 5.9844

단답형(18~25)

18 $\sqrt{\frac{9^7+3^{10}}{9^4+3^4}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

19 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개를 붙여놓은 도형이 있다. 12개의 꼭지점 중에서 임의의 두 점을 연결한 선분의 길이가 무리수일 확률이 $\frac{a}{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.) [3점]



20. 실수 x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 4a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{10}{a} & \frac{8}{b} \\ b & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{가}$$

$x=y=0$ 이외의 해를 가질 때, 두 양수 a, b 의 곱 ab 의 최대값을 구하시오. [3점]

21. 정육면체 모양의 주사위를 90번 던져 3의 배수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라고 할 때, 확률변수 X^2 의 평균 $E(X^2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

22. 다음은 확률변수 X 의 확률분포가

$$P(X=k) = \frac{1}{10} + (-1)^k p \quad (k=1, 2, 3, \dots, 2n)$$

인 확률변수 X 의 확률분포표이다.

X	1	2	3	...	$2n$	계
$P(X=k)$	$\frac{1}{10} - p$	$\frac{1}{10} + p$	$\frac{1}{10} - p$...	$\frac{1}{10} + p$	1

확률변수 X 의 기대값이 $E(X) = \frac{23}{4}$ 일 때, $\frac{1}{p}$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < p < \frac{1}{10}$ 이고, n 은 자연수이다.) [4점]

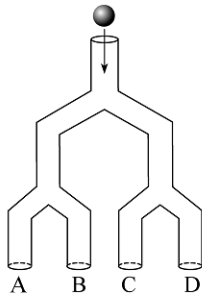
23. 아래에서 제 n 행은 n 의 양의 약수를 나열한 것이다.

제 1행부터 제 20행까지 나열된 수의 개수를 구하시오. [4점]

제 1 행	1							
제 2 행	1	2						
제 3 행	1		3					
제 4 행	1	2		4				
제 5 행	1				5			
제 6 행	1	2	3			6		
제 7 행	1						7	
제 8 행	1	2		4				8
⋮								

24 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ 에서 원소가 3개인 모든 부분집합을 각각 A_1, A_2, \dots, A_n 이라고 하자. 집합 A_k ($k=1, 2, 3, \dots, n$)의 모든 원소들의 합을 S_k 라고 할 때, $S_1 + S_2 + \dots + S_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 오른쪽 그림은 어떤 오락기를 단순화하여 그린 것이다. 이 오락기는 입구에 공을 넣으면 A, B, C, D 중 어느 한 곳을 지나면서 그 위치의 꺼져 있는 전등은 켜지고, 켜져 있는 전등은 꺼지도록 되어 있다.



예를 들어 전구가 모두 꺼진 상태에서 공을 두 번 넣어 두 번 모두 A를 지나면 A 위치의 전등은 켜졌다 꺼지고, 각각 A, B를 지나면 A, B 두 위치에 있는 전등은 모두 켜지게 된다. 이와 같이 공이 지날 때마다 전등이 켜지거나 꺼지기를 반복하다가 A, B, C, D 네 곳 모두 전등이 켜지면 게임은 끝난다.

여섯 번째 공을 넣었을 때 이 게임이 끝나게 될 확률을 $\frac{a}{b}$ (a, b 는 서로소인 자연수)라고 하자. 이때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 처음 상태는 전등이 모두 꺼져 있으며, 갈림길에서 양쪽 방향으로 공이 지나갈 확률은 서로 같다.) [4점]

오지선다형(26~29)

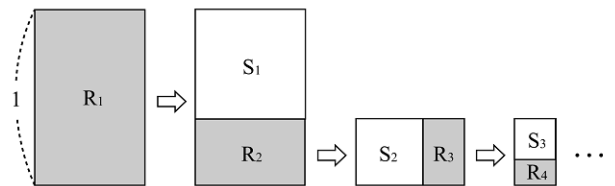
26 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

27. 직사각형 중에서 짧은 변을 한 변으로 하는 정사각형을 잘라내고 남은 직사각형이 처음의 직사각형과 서로 닮음이 되는 것을 황금직사각형이라고 한다.

그림과 같이 긴 변의 길이가 1인 황금직사각형 R_1 에서 짧은 변을 한 변으로 하는 정사각형 S_1 을 잘라내고 남은 직사각형을 R_2 , 직사각형 R_2 에서 정사각형 S_2 를 잘라내고 남은 직사각형을 R_3 이라고 하자. 이와 같은 방법으로 직사각형 R_4, R_5, R_6, \dots 을 한없이 만들어 간다.

직사각형 R_n ($n=1, 2, 3, \dots$)의 둘레의 길이 l_n 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} l_n = k l_1$ 일 때, 상수 k 의 값은? [4점]



- ① $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{5-\sqrt{5}}{2}$
 ④ $3-\sqrt{5}$ ⑤ $3+\sqrt{5}$

28 $0 < a < b < c < 1$ 을 만족하는 세 실수 a, b, c 에 대하여

$$A = a^a b^b c^c, B = a^a b^c c^b, C = a^b b^c c^a$$

이라고 하자. 이때, A, B, C 의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

- ① $C < B < A$ ② $B < C < A$ ③ $C < A < B$
 ④ $A < C < B$ ⑤ $B < A < C$

29 통계청에서 발표한 산업별 종사자 수에 대한 자료에 의하면 우리나라의 농업 또는 임업에 종사하는 인구는 2000년 초 216만 명에서 전년도 대비 매년 일정한 비율로 감소하여 2005년 초에는 2000년 초에 비하여 20% 감소되었다고 한다.

이러한 감소 추세가 계속된다고 할 때, 우리나라의 농업 또는 임업에 종사하는 인구가 2000년 초에 비하여 처음으로 절반 이하가 되는 해는 몇 년 초인가? (단, $\log 2 = 0.3010$ 이다.) [4점]

- ① 2013년 ② 2016년 ③ 2019년
 ④ 2022년 ⑤ 2025년

단답형(30)

30. 16명의 선수가 출전한 씨름대회에서 2명씩 8개의조를 편성하여 조별로 한 번씩 경기를 하여 승부를 가린 후, 이긴 선수는 이긴 선수끼리 2명씩 4개 조로 경기를 하여 8위 이상의 순위를 정하고, 진 선수는 진 선수끼리 2명씩 4개조를 편성하여 9위 이하의 순위를 정한다. 이와 같은 방식으로 경기를 하여 1위부터 16위의 순위가 결정될 때까지 치러야 하는 총 경기 수를 구하시오. (단, 무승부는 없다.) [4점]

※ 확인 사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.