

4. 두 함수 $f(x) = x + x^3 + x^5$, $g(x) = x^2 + x^4 + x^6$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - g(1-h)}{3h} \text{의 값은? [3점]}$$

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 함수 $f(x) = \log_3 x$ 에 대하여 $(f \circ f)(x) \leq 1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는? [3점]

- ① 17 ② 20 ③ 23 ④ 26 ⑤ 29

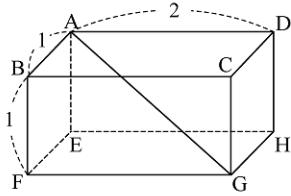
5. 첫째항이 400, 공차가 -5 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_3}} + \frac{1}{\sqrt{a_3} + \sqrt{a_5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{59}} + \sqrt{a_{61}}}$$

의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

7. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BF} = 1$, $\overline{AD} = 2$ 인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 대각선 AG 가 세 면 $ABCD$, $BFGC$, $ABFE$ 와 이루는 각의 크기를 각각 α , β , γ 라고 할 때, $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

8. 쌍곡선 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{18} = 1$ 과 직선 $y = ax + b$ (a, b 는 상수)의 교점의 개수에 대한 설명 중 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

- < 보 기 >
- ㄱ. $a = -4$ 이고 $b = 0$ 일 때 교점은 없다.
 ㄴ. $a = 3$ 이고 $b > 0$ 일 때 교점은 1개이다.
 ㄷ. $a = \frac{1}{3}$ 이고 $b < 0$ 일 때 교점은 2개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 어느 스포츠용품점에서는 운동화를 사는 고객에게 양말 또는 장갑 중 한 켤레를, 등산화를 사는 고객에게 양말과 장갑을 모두 한 켤레씩 사은품으로 주는 행사를 하였다. 다음 표는 이 행사 기간에 판매한 신발의 수와 지급한 사은품의 수를 나타낸 것이다.

<판매한 신발의 수>		<지급한 사은품의 수>	
(단위 : 켤레)		(단위 : 켤레)	
운동화	등산화	양말	장갑
350	250	400	450

양말을 사은품으로 받은 고객이 운동화를 산 고객일 확률은?
 (단, 두 켤레 이상의 신발을 구입한 고객은 없다.) [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

10. x 보다 크지 않은 최대의 정수를 $[x]$ 로 나타낼 때, 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

— < 보 기 > —

- ㄱ. $1 < a < 10$ 일 때, $[\log 100a] = 2$ 이다.
 ㄴ. $[\log x] = 3$ 인 정수 x 의 개수는 9×10^3 이다.
 ㄷ. 자연수 n 에 대하여 $[\log x] = n$ 이면 $[\log x^2] = 2n$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 방정식 $\sqrt{x-[x]} = ax$ (a 는 상수)가 오직 하나의 실근을 갖기 위한 a 의 값의 범위가 $\alpha \leq a \leq \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수이다.) [4점]

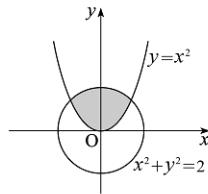
- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$

12. 가로와 세로의 길이가 각각 9cm, 4cm인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 가로와 세로의 길이가 각각 매초 0.2cm, 0.3cm씩 늘어난다고 할 때, 이 직사각형이 정사각형이 되는 순간의 넓이의 변화율은 몇 $\text{cm}^2/\text{초}$ 인가? [3점]

- ① 9.5 ② 10 ③ 10.5 ④ 11 ⑤ 11.5

13 그림과 같이 좌표평면에서

원 $x^2 + y^2 = 2$ 와 포물선 $y = x^2$ 으로 둘러싸인 어두운 부분을 x 축 둘레로 회전하여 생기는 회전체의 부피는? [3점]



- ① $\frac{41}{15}\pi$ ② $\frac{44}{15}\pi$ ③ $\frac{47}{15}\pi$ ④ $\frac{43}{13}\pi$ ⑤ $\frac{45}{13}\pi$

14 함수 $f(x) = x^3 - 3x$ 에 대하여 구간 $[0, a_1]$ 에서의 평균변화율과 같은 순간변화율을 갖는 점의 x 좌표를 a_2 , 구간 $[0, a_2]$ 에서의 평균변화율과 같은 순간변화율을 갖는 점의 x 좌표를 a_3 이라고 하자. 이와 같이 계속하여 a_4, a_5, \dots 를 정할 때, 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, a_1, a_2, a_3, \dots 은 양수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 모든 자연수 n 에 대하여 $f(a_n) > f(a_{n+1})$ 이다.
 ㄴ. 모든 자연수 n 에 대하여 $f'(a_n) > f'(a_{n+1})$ 이다.
 ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} f'(a_n) = -3$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15 $\triangle ABC$ 의 넓이를 S_1 , $\triangle ABC$ 의 세 중선의 길이를 각 변의 길이로 하는 삼각형의 넓이를 S_2 라고 할 때, 다음은 S_1 과 S_2 사이에 일정한 비가 성립함을 증명한 것이다.

<증명>

$\triangle ABC$ 의 각 변의 중점을 P, Q, R로 놓고 그림과 같이 $\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{BT}$ 가 되도록 점 T를 잡는다.

점 Q는 평행사변형 PBTC의 대각선 BC의 중점이므로 $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QT} \dots \textcircled{1}$

또 삼각형의 중점연결정리에 의하여 $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ 이므로 $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AR} \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{QT}$

\therefore (가)

따라서 $\triangle RBT$ 는 $\triangle ABC$ 의 세 중선의 길이를 각 변의 길이로 하는 삼각형이다.

한편, 두 선분 BC와 RT의 교점을 M이라고 하면, $\overline{AQ} \parallel \overline{RT}$ 이고 점 R가 선분 AC의 중점이므로 점 M은 선분 CQ의 중점이다.

$\angle RMB = \angle AQB$ 이므로

$$\triangle RBT = \frac{1}{2} \overline{RT} \times \overline{MB} \times \sin(\angle RMB)$$

$$= \text{span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">(나)} \triangle ABC$$

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [4점]

- | (가) | (나) |
|---|---------------|
| ① $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{RT}$ | $\frac{2}{3}$ |
| ② $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{CT}$ | $\frac{2}{3}$ |
| ③ $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{RT}$ | $\frac{3}{4}$ |
| ④ $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{CT}$ | $\frac{3}{4}$ |
| ⑤ $\overrightarrow{CT} = \overrightarrow{PB}$ | $\frac{4}{5}$ |

16 좌표공간에서 세 점 $A(4, 0, 0)$, $B(0, 6, 0)$, $C(0, 0, 6)$ 에 대하여 선분 AB의 중점을 D, 선분 BC를 2:1로 내분하는 점을 E라고 하자.

점 P가 선분 DE 위를 움직일 때, 두 벡터 \overrightarrow{OP} 와 \overrightarrow{AP} 의 내적 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP}$ 의 최소값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- | | | |
|------------------|------------------|-----------------|
| ① -2 | ② $\frac{12}{7}$ | ③ $\frac{9}{2}$ |
| ④ $\frac{32}{7}$ | ⑤ $\frac{14}{3}$ | |

17. 어느 양궁 종목에서 사용하는 표적지는 원의 반지름의 길이가 각각 4cm, 8cm, 12cm, ..., 40cm로 4cm씩 증가하는 10개의 동심원으로 되어 있다. 표적지의 중심에서 화살이 꽂힌 곳까지의 거리를 X 라고 할 때 $0 \leq X \leq 4$ 이면 10점, $4 < X \leq 8$ 이면 9점, $8 < X \leq 12$ 이면 8점, ..., $36 < X \leq 40$ 이면 1점, $X > 40$ 이면 0점을 득점한다. 기록에 의하면 양궁 선수 A가 화살을 쏘았을 때 표적지의 중심에서 화살이 꽂힌 곳까지의 거리는 평균 8cm, 표준편차 2cm인 정규분포를 따른다고 한다. A가 12발의 화살을 쏘았을 때 8점을 득점한 화살의 개수 Y 의 기대값 $E(Y)$ 는? [4점]

<표준정규분포표>

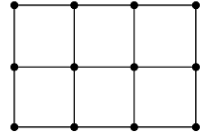
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
2.0	0.4772
3.0	0.4987

- ① 4.0956 ② 4.9112 ③ 5.7264
 ④ 5.8554 ⑤ 5.9844

단답형(18~25)

18. 정적분 $\int_0^9 \frac{x^3}{x+2} dx + \int_0^9 \frac{8}{x+2} dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개를 붙여놓은 도형이 있다. 12개의 꼭지점 중에서 임의의 두 점을 연결한 선분의 길이가 무리수일 확률이 $\frac{a}{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.) [3점]



20. 실수 x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 4a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{10}{a} & \frac{8}{b} \\ b & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{가}$$

$x=y=0$ 이외의 해를 가질 때, 두 양수 a, b 의 곱 ab 의 최대값을 구하시오. [3점]

21. 좌표공간에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 9인 구가 세 점 $A(18, 0, 0)$, $B(0, 9, 0)$, $C(0, 0, 9)$ 를 지나는 평면에 의하여 잘린 도형의 넓이는 $a\pi$ 이다. 이때, a 의 값을 구하시오. [4점]

22 다음은 확률변수 X 의 확률분포가

$$P(X=k) = \frac{1}{10} + (-1)^k p \quad (k=1, 2, 3, \dots, 2n)$$

인 확률변수 X 의 확률분포표이다.

X	1	2	3	...	$2n$	계
$P(X=k)$	$\frac{1}{10} - p$	$\frac{1}{10} + p$	$\frac{1}{10} - p$...	$\frac{1}{10} + p$	1

확률변수 X 의 기대값이 $E(X) = \frac{23}{4}$ 일 때, $\frac{1}{p}$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < p < \frac{1}{10}$ 이고, n 은 자연수이다.) [4점]

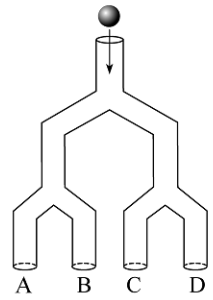
23. 아래에서 제 n 행은 n 의 양의 약수를 나열한 것이다.

제 1 행부터 제 20 행까지 나열된 수의 개수를 구하시오. [4점]

제 1 행	1							
제 2 행	1	2						
제 3 행	1		3					
제 4 행	1	2		4				
제 5 행	1				5			
제 6 행	1	2	3			6		
제 7 행	1						7	
제 8 행	1	2		4				8
⋮				⋮				

24. 공간에서 평면 α 위에 세 변의 길이가 $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$, $\overline{BC} = 12$ 인 삼각형 ABC 가 있다.
 점 A 를 지나고 평면 α 에 수직인 직선 l 위의 점 D 에 대하여 $\overline{AD} = 6$ 이 되도록 점 D 를 잡을 때 $\triangle DBC$ 의 넓이를 구하시오.
 [4점]

25. 오른쪽 그림은 어떤 오락기를 단순화하여 그린 것이다. 이 오락기는 입구에 공을 넣으면 A, B, C, D 중 어느 한 곳을 지나면서 그 위치의 꺼져 있는 전등은 켜지고, 켜져 있는 전등은 꺼지도록 되어 있다.

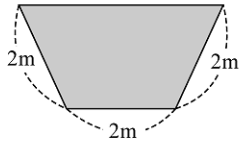


예를 들어 전구가 모두 꺼진 상태에서 공을 두 번 넣어 두 번 모두 A 를 지나면 A 위치의 전등은 켜졌다 꺼지고, 각각 A, B 를 지나면 A, B 두 위치에 있는 전등은 모두 켜지게 된다. 이와 같이 공이 지날 때마다 전등이 켜지거나 꺼지기를 반복하다가 A, B, C, D 네 곳 모두 전등이 켜지면 게임은 끝난다.

여섯 번째 공을 넣었을 때 이 게임이 끝나게 될 확률을 $\frac{a}{b}$ (a, b 는 서로소인 자연수)라고 하자. 이때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 처음 상태는 전등이 모두 꺼져 있으며, 갈림길에서 양쪽 방향으로 공이 지나갈 확률은 서로 같다.) [4점]

26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 찾아 풀기 바랍니다.

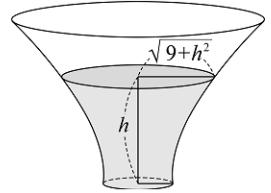
29 그림과 같이 단면이 등변사다리꼴 모양인 물이 흐르는 통로를 만들려고 한다. 통로의 단면에서 밑변과 등변의 길이가 모두 2m 이고 단면의 넓이가 최대가 되도록 설계할 때, 단면의 최대 넓이는 몇 m^2 인가? [3점]



- ① 6
- ② $3\sqrt{3}$
- ③ $4\sqrt{2}$
- ④ $4 + \sqrt{3}$
- ⑤ $2 + 2\sqrt{2}$

단답형(30)

30 어떤 그릇에 깊이가 h cm 가 되도록 물을 넣을 때 수면은 반지름의 길이가 $\sqrt{9+h^2}$ cm 인 원이 된다. 이 그릇에 매초 $260\pi\text{cm}^3$ 의 비율로 물을 넣을 때, 수면의 높이가 2cm 인 순간의 수면이 상승하는 속도는 몇 cm/초인지 구하시오. (단, 그릇의 높이는 2cm 보다 크다.) [4점]



※ 확인 사항
 ○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

확률과 통계

26 다음은 세 지역 A, B, C의 인구밀도와 넓이를 표로 나타낸 것이다. 세 지역 전체의 인구밀도는? [3점]

지역	A	B	C
인구밀도(명/km ²)	300	260	350
넓이(km ²)	140	100	160

- ① 305 ② 310 ③ 315
- ④ 320 ⑤ 325

27 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 f 는 A 에서 A 로의 일대일 대응이다. 이때, 임의의 $x \in A$ 에 대하여 $f(f(x)) = x$ 를 만족하는 일대일 대응 f 의 개수는? [4점]

- ① 22 ② 26 ③ 30 ④ 34 ⑤ 38

28 어느 지역의 날씨를 조사한 결과 지난 한 달 동안 비가 온다고 예보한 10일 중 실제로 비가 온 날은 9일이었고, 비가 오지 않는다고 예보한 20일 중 실제로 비가 오지 않은 날은 17일이었다.

이 지역에 사는 학수는 비가 온다고 예보한 날에는 반드시 우산을 가지고 외출하고, 비가 오지 않는다고 예보한 날에는 우산을 가지지 않고 외출한다. 지난 달 비가 온 어느 날, 외출한 학수가 우산을 가지고 있었을 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

29. A 텔레비전 방송국에서는 P 프로그램 시청률을 조사하기 위하여 이 프로그램이 방영되고 있는 시간에 전화로 표본조사를 하였다. 조사 결과 400명 중 80명이 이 프로그램을 시청하였다고 한다. 이 프로그램에 대한 시청률을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간의 길이는? (단, $P(|Z| < 1.96) = 0.95$) [3점]

- ① 0.0196 ② 0.0392 ③ 0.0588
 ④ 0.0784 ⑤ 0.0992

단답형(30)

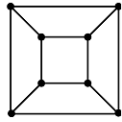
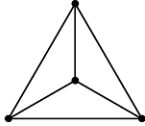
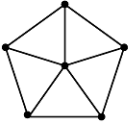
30. 한 모서리의 길이가 1인 정육면체의 8개의 꼭지점에서 2개를 선택하여 선분을 만들 때 선분의 길이를 확률변수 X 라고 하자. 이때, 확률변수 $14X^2$ 의 기대값 $E(14X^2)$ 을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

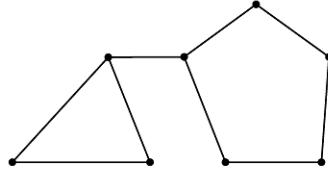
이산수학

26 다음 세 그래프에서 꼭지점을 적절하게 색칠하는 최소의 색의 수를 각각 x, y, z 라고 할 때, $x+y+z$ 의 값은? [3점]



- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

27 다음 그래프에 대한 설명 중 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]



< 보 기 >

- ㄱ. 오일러 회로가 존재한다.
 ㄴ. 모든 꼭지점의 차수의 합은 18이다.
 ㄷ. 생성수행도의 개수는 15개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

28 $1^5 + 3^5 + 5^5 + \dots + 19^5$ 을 5로 나눈 나머지는? [4점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

29 건설교통부에서는 A, B, C, D, E의 5개의 도시를 연결하는 철도를 새로 건설할 계획을 가지고 있다. 다음 표는 두 도시를 직접 연결하는 철도를 건설하는데 드는 비용을 간단한 정수 비로 나타낸 것이다. 건설 비용은 가능하면 적게 들이면서 5개의 도시가 모두 연결되도록 철도를 건설하려고 할 때, A와 직접 연결되는 도시를 모두 적은 것은? [3점]

	A	B	C	D	E
A		6	5	7	2
B	6		5	8	6
C	5	5		9	4
D	7	8	9		8
E	2	6	4	8	

- ① B ② C ③ B, E
- ④ C, D ⑤ D, E

단답형(30)

30 그림과 같이 4대의 컴퓨터에 A, B, C 3명이 앉아서 컴퓨터 실기 시험에 대비하여 연습을 하고 있다. 공정한 시험을 위하여 실기 시험에서는 자신이 연습하지 않은 컴퓨터를 사용하기로 한다. 세 명이 동시에 시험을 볼 때, 4대의 컴퓨터에 A, B, C 3명의 좌석을 배치하는 방법의 수를 구하시오. [4점]



※ 확인 사항
 ○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.