2006학년도 4월 고3 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 2교시 수리 영역 •

[가 형]

1	⑤	2	②	3	②	4	②	5	⑤
6	③	7	④	8	①	9	④	10	③
11	⑤	12	③	13	⑤	14	③	15	①
16	④	17	①	18	35	19	8	20	24
21	40	22	21	23	36	24	11	25	64

1. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 값 구하기

[해설]

$$(\text{준식})=\frac{(2\times3^3)^2\times(3\times7)^3}{2^2\times7}=\frac{2^2\times3^9\times7^3}{2^2\times7}=3^9\times7^2$$

2. [출제의도] 지수부등식의 해 구하기

[해설] $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}>(2^6)^{\frac13\times\frac12}$, $2^{4-x}>2^1$

$4-x>1$, $x<3$ ∴ 정수 x의 최대값은 2

3. [출제의도] 무한수열의 극한값 구하기

[해설]

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(\sqrt{n^2+3n+5}-n)(\sqrt{n^2+3n+5}+n)}{\sqrt{n^2+3n+5}+n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{3n+5}{\sqrt{n^2+3n+5}+n}=\lim_{n\to\infty}\frac{3+\frac{5}{n}}{\sqrt{1+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^2}}+1}$$

$$=\frac{3}{2}$$

4. [출제의도] 분수방정식의 해를 이용하여 값 구하기

[해설] 분모의 최소공배수를 양변에 곱하면,

$2(x+2)+4(x-1)=3(x-1)(x+2)$

$6x=3(x^2+x-2)$, $3(x-2)(x+1)=0$

$x=-1$, 2 무연근은 없으므로 모든 근의 합은 1

5. [출제의도] 정규분포의 성질을 이용하여 평균과 분산 구하기

[해설] $\frac{1}{5}X$의 분산 $\mathrm{V}\left(\frac{1}{5}X\right)=\frac{1}{25}\mathrm{V}(X)=1$

따라서 $\mathrm{V}(X)=\sigma^2=25$이다.

한편, 정규분포곡선은 직선 $x=m$에 대하여 대칭이므로 $m=\frac{80+120}{2}=100$이다.

∴ $m+\sigma^2=125$

6. [출제의도] 로그함수의 평행이동 이해하기

[해설] O와 A가 평행이동한 점을 각각 O′, A′이라 하면 O′(3, 2), A′(4, 2)이다.

$y=\log_3(x+a)$가 선분 O′A′과 만나려면

$\log_3(3+a)\le2$, $3+a\le9$, $a\le6$이고

$\log_3(4+a)\ge2$, $4+a\ge9$, $a\ge5$이다.

∴ $5\le a\le6$

a의 최대값은 6, 최소값은 5이다.

7. [출제의도] 함수의 합성을 이해하여 경우의 수 구하기

[해설] $y=f(g(x))=(a-4)\{(3-b)x+2\}+6$

$=(a-4)(3-b)x+(2a-2)$

함수의 그래프가 x축과 만나지 않기 위해서는

$2a-2\ne0$이고 $(a-4)(3-b)=0$이다.

∴ (a, b)는 (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (2, 3), (3, 3), (5, 3), (6, 3)의 10가지

8. [출제의도] 행렬의 연산 성질 이해하기

[해설] ㄱ. $A+B=E$에서 $A=E-B$

∴ $A^2-B^2=(E-B)^2-B^2=E-2B$

$=(E-B)-B=A-B$ (참)

ㄴ. (반례) $A=\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}$ (거짓)

ㄷ. (반례) $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&0\\1&0\end{pmatrix}$ (거짓)

9. [출제의도] 지수방정식을 이용하여 실생활문제 해결하기

[해설] $r=10^{2.7}$, $m=1.3$이므로

$\left(\frac{10^{2.7}}{10}\right)^2=100^{\frac15(1.3-M)}$, $10^{3.4}=10^{\frac25(1.3-M)}$

$3.4=\frac{2}{5}(1.3-M)$ ∴ $2M=-14.4$

그러므로 $M=-7.2$

10. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수 구하기

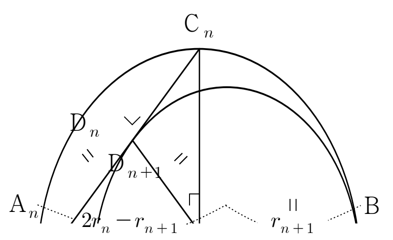
[해설] $\log_{10}0.02=-2+\log_{10}2$, $\log_{10}200=2+\log_{10}2$, $\log_{10}2500=3+\log_{10}2.5$

지표의 합은 $-2+2+3=3$

가수의 합은 $\log_{10}2+\log_{10}2+\log_{10}2.5=1$

11. [출제의도] 도형의 성질을 활용하여 무한급수의 합 구하기

[해설] 그림과 같이 반원 D_n, D_{n+1}의 반지름을 각각 r_n, r_{n+1}라 하면,



$r_{n+1}:(2r_n-r_{n+1})=1:\sqrt2$, $r_{n+1}=\frac{2}{\sqrt2+1}r_n$

따라서, $l_1=2\pi$, $l_{n+1}=\frac{2}{\sqrt2+1}l_n$이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty}l_n=\frac{2\pi}{1-\frac{2}{\sqrt2+1}}=2(3+2\sqrt2)\pi$$

12. [출제의도] 수열의 귀납적 정의와 무한수열 이해하기

[해설] ㄱ. $2a_{n+1}+a_n=2$는

$2\left(a_{n+1}-\frac{2}{3}\right)=-\left(a_n-\frac{2}{3}\right)$이므로 수열 $\left\{a_n-\frac{2}{3}\right\}$는 첫째항이 $\frac{1}{3}$, 공비는 $-\frac{1}{2}$인 등비수열이다. (참)

ㄴ. $a_n-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$, $a_n=\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}+\frac{2}{3}$

∴ $\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\left\{\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}+\frac{2}{3}\right\}=\frac{2}{3}$ (참)

ㄷ. $\lim_{n\to\infty}a_n\ne0$이므로 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$은 발산한다. (거짓)

13. [출제의도] 등차중항을 이용하여 각의 크기 구하기

[해설] 접선 l과 선분 AB가 이루는 예각의 크기가 18°이므로 ∠AOC$=36°$이다.

∠OAC$=\alpha$, ∠ACO$=\beta$라 하면, $\alpha+\beta=144°$이고, 가장 긴 변이 선분 OA이므로 가장 큰 각은 β이다.

(ⅰ) 36°, α, β의 순서로 등차수열을 이루는 경우

$2\alpha=\beta+36°=(144°-\alpha)+36°=180°-\alpha$

∴ $\alpha=60°$, $\beta=84°$

(ⅱ) α, 36°, β의 순서로 등차수열을 이루는 경우

$\alpha+\beta=72°$가 되므로 모순이다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 $\beta=84°$

14. [출제의도] 배수의 성질과 순열을 이용하여 문제 해결하기

[해설] $a_1=11333$, $a_2=12333$, $a_3=13333$, $a_4=21333$, $a_5=22333$, $a_6=23333$, $a_7=31333$, $a_8=32333$, $a_9=33333$이므로

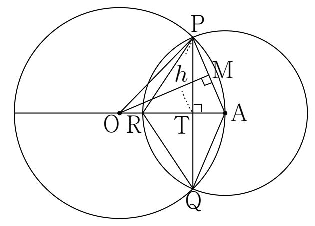
3의 배수는 a_2, a_4, a_9이다.

15. [출제의도] 수학적귀납법으로 수열의 합 증명하기

[해설] (가) $2i+k^2+k-1$, (나) k^2+3k+1

16. [출제의도] 도형의 성질을 이용하여 함수의 극한값 구하기

[해설] $\overline{\mathrm{OA}}$와 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 교점을 T, $\overline{\mathrm{PT}}=h$, $\overline{\mathrm{AP}}$의 중점을 M이라고 하면, $\mathrm{S}(r)=hr$



$\triangle\mathrm{OAP}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OA}}\times\overline{\mathrm{PT}}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AP}}\times\overline{\mathrm{OM}}$이므로

$\frac{1}{2}\times1\times h=\frac{1}{2}\times r\times\sqrt{1-\left(\frac{r}{2}\right)^2}$, $h=r\sqrt{1-\left(\frac{r}{2}\right)^2}$

$$\therefore \lim_{r\to2-0}\frac{\mathrm{S}(r)}{\sqrt{2-r}}=\lim_{r\to2-0}\frac{r^2\sqrt{1-\left(\frac{r}{2}\right)^2}}{\sqrt{2-r}}$$

$$=\lim_{r\to2-0}\frac{r^2\sqrt{(2-r)(2+r)}}{2\sqrt{2-r}}=4$$

17. [출제의도] 입체도형에서 등비수열의 규칙 찾아 값 구하기

[해설] 분리된 정육면체의 개수와 한 변의 길이는 다음 표와 같다.

	정육면체의 개수	한 변의 길이
1회 시행 후	2^3	2
2회 시행 후	2^6	1
3회 시행 후	2^9	$\frac{1}{2}$
4회 시행 후	2^{12}	$\frac{1}{4}$
5회 시행 후	2^{15}	$\frac{1}{8}$

∴ 5회 시행 후 겉넓이의 합은 $\left(\frac{1}{8}\right)^2\times6\times2^{15}=3\times2^{10}$

18. [출제의도] 함수의 극한이 수렴할 조건을 이용하여 값 구하기

[해설] $\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x-a)}{x^2-bx+9}=3$ …… ㉠

$\lim_{x\to1}(x^2-bx+9)=0$이므로 $b=10$

b의 값을 ㉠에 대입하면

$\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x-a)}{(x-1)(x-9)}=\lim_{x\to1}\frac{x-a}{x-9}=3$

$a=25$ ∴ $a+b=35$

19. [출제의도] 행렬의 연산을 이용하여 행렬의 성분 구하기

[해설] $A-B=\begin{pmatrix}0&-3\\12&2\end{pmatrix}$ ……㉠

$2A+B=\begin{pmatrix}6&3\\9&7\end{pmatrix}$ …… ㉡

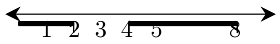
㉠+㉡에서 $A=\begin{pmatrix}2&0\\7&3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2&3\\-5&1\end{pmatrix}$

따라서 A의 $(2,1)$성분은 7이고 B의 $(2,2)$성분은 1이므로 합은 8이다.

20. [출제의도] 연립부등식의 해 구하기

[해설] $\dfrac{(x-1)(x-3)}{x-5}\geq 0$을 풀면, $1\leq x\leq 3$, $x>5$

$(x-2)(x-4)(x-8)\leq 0$을 풀면 $x\leq 2$, $4\leq x\leq 8$



공통해는 $1\leq x\leq 2$ 또는 $5<x\leq 8$

따라서 부등식을 만족하는 정수는 1, 2, 6, 7, 8이므로 정수의 합은 24이다.

21. [출제의도] 이항분포를 이해하고 분산 구하기

[해설] X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(180, \dfrac{1}{3}\right)$를 따른다.

$\mathrm{V}(X)=180\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}=40$

22. [출제의도] 독립시행의 확률 계산하기

[해설] $f(1)=f(3)=f(5)=-1$,

$f(2)=f(4)=f(6)=2$

짝수의 눈이 나온 횟수를 X, 홀수의 눈이 나온 횟수를 Y라 하면

던진 횟수는 5이므로 $X+Y=5$ ……㉠

$f(n_1)+f(n_2)+f(n_3)+f(n_4)+f(n_5)=4$이므로

$2X-Y=4$ ……㉡

㉠과 ㉡을 연립하면 $X=3$, $Y=2$

5번 중 주사위의 눈이 짝수가 3번, 홀수가 2번 나올 확률은

${}_5\mathrm{C}_3\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{5}{16}$

$\therefore a+b=5+16=21$

23. [출제의도] 실생활 문제에서 경우의 수 구하기

[해설] 머리말과 인적사항의 글꼴들은 모두 다르므로 머리말의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 3가지, 인적사항의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 3가지이다.

제목의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 머리말, 인적사항의 글꼴을 제외한 4가지이므로

전체 경우의 수는 $3\times3\times4=36$

24. [출제의도] 행렬의 성분 구하기

[해설] $a_{11}=$(3의 양의 약수의 개수)$=2$

$a_{12}=$(5의 양의 약수의 개수)$=2$

$a_{21}=$(4의 양의 약수의 개수)$=3$

$a_{22}=$(6의 양의 약수의 개수)$=4$

$\therefore A=\begin{pmatrix}2&2\\3&4\end{pmatrix}$이므로 성분의 합은 11

25. [출제의도] 여러 가지 수열을 활용하여 실생활문제 해결하기

[해설] 첫 번째 – : 1개, : 1개, : 2개

두 번째– : 2개, : 3개, : 5개

세 번째– : 3개, : 5개, : 8개

⋮

n 번째– : n개, : $2n-1$개, : $3n-1$개

n 번째 후 전체 구슬의 개수는

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k+\sum_{k=1}^{n}(2k-1)+\sum_{k=1}^{n}(3k-1)=n(3n+1)$

$n(3n+1)\leq 200$인 최대의 n을 구하면 $n=8$이다. 또한 $n=8$까지 펜 구슬은 모두 200개이므로 구슬 의 개수는

$\displaystyle\sum_{k=1}^{8}(2k-1)=2\cdot\frac{8\cdot9}{2}-8=64$

[미분과 적분]

26	④	27	⑤	28	①	29	②	30	15

26. [출제의도] 배각공식을 이용하여 삼각함수의 값 구하기

[해설] $(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{15}{9}=\dfrac{5}{3}$

$\therefore 2\sin\theta\cos\theta=\sin2\theta=\dfrac{2}{3}$

$0<2\theta<\dfrac{\pi}{2}$이므로 $\cos2\theta>0$이고

$\therefore \cos2\theta=\sqrt{1-\sin^2 2\theta}=\sqrt{1-\dfrac{4}{9}}=\dfrac{\sqrt5}{3}$

27. [출제의도] 삼각함수의 덧셈정리와 합성을 이용하여 삼각함수의 값 구하기

[해설] $y=\cos x-\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

$=\cos x-\left(\cos x\cos\dfrac{\pi}{3}-\sin x\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$

$=\dfrac{\sqrt3}{2}\sin x+\dfrac{1}{2}\cos x=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$

y는 $x+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$일 때 최대값을 갖는다.

$\therefore \alpha=\dfrac{\pi}{3}$, $\tan\alpha=\tan\dfrac{\pi}{3}=\sqrt3$

(별해)

$y=\cos x-\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=-2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$

$=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$

28. [출제의도] 삼각부등식의 해 구하기

[해설] $\cos2x-3\sin x+1=(1-2\sin^2x)-3\sin x+1$

$2\sin^2x+3\sin x-2\geq 0$, $(2\sin x-1)(\sin x+2)\geq 0$

$\sin x+2>0$이므로 $\sin x\geq\dfrac{1}{2}$

$\therefore \dfrac{\pi}{6}\leq x\leq\dfrac{5}{6}\pi$

29. [출제의도] 도형을 이용하여 반각 공식 증명하기

[해설] (가) $\overline{\mathrm{DE}}$, (나) $\overline{\mathrm{AC}}\cdot\overline{\mathrm{CF}}$, (다) $\cos\theta$

30. [출제의도] 배각공식을 이용하여 길이 구하기

[해설] $\tan\alpha=\dfrac{1}{2}$, $\tan2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\dfrac{4}{3}$

$\overline{\mathrm{AC}}=x$, $\overline{\mathrm{CD}}=\dfrac{4}{3}x$, $\overline{\mathrm{BC}}=\dfrac{8}{3}x$

$x^2+\left(\dfrac{8}{3}x\right)^2=(5\sqrt{73})^2$ $\quad\therefore x=15$

(별해) $\overline{\mathrm{AC}}=x$라 하면 $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{25\times73-x^2}$

$\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{AC}}\cdot\tan2\alpha=\overline{\mathrm{BC}}\cdot\tan\alpha$

$x\tan2\alpha=\sqrt{25\times73-x^2}\tan\alpha$

$x\cdot\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\sqrt{25\times73-x^2}\tan\alpha$

$\dfrac{8}{3}x=\sqrt{25\times73-x^2}$

$x^2=25\times9$, $\therefore x=15$

[확률과 통계]

26	②	27	③	28	②	29	④	30	61

26. [출제의도] 상대도수 구하기

[해설] 각 계급의 상대도수는 전체 도수에 대한 그 계급의 도수의 비이다. 전체도수는 $27+a$이고

70시간 이상 ~ 80시간 미만인 계급의 상대도수가 0.3이므로 $\dfrac{9}{27+a}=0.3$, $\therefore a=3$

따라서, 80시간 이상 ~ 90시간 미만인 계급의 상대도수는 $\dfrac{3}{30}=0.1$이다.

27. [출제의도] 줄기와 잎 그림 해석하기

[해설] ㄱ. 자료의 최대값은 73이고 최소값은 16이므로 범위는 $73-16=57$이다. (참)

ㄴ. 줄기와 잎 그림에서 41이 가장 자주 나타나는 값이므로 최빈값이다. (참)

ㄷ. 중앙값은 자료의 중앙에 있는 값이므로 42이다. (거짓)

28. [출제의도] 가중평균 구하기

[해설] 가중평균 점수를 m_w라 하면

$m_w=\dfrac{80\times0.15+70\times0.15+86\times0.35+94\times0.35}{0.15+0.15+0.35+0.35}$

$=85.5$

29. [출제의도] 평균과 분산 사이의 관계 이해하기

[해설] a_1, a_2, $\cdots$, a_{10}의 평균을 m, 분산을 σ^2이라 하면

$m=\dfrac{a_1+a_2+\ \cdots\ +a_{10}}{10}=8$,

$\sigma^2=\dfrac{(a_1-m)^2+(a_2-m)^2+\ \cdots\ +(a_{10}-m)^2}{10}=9$

$f(x)=10x^2-2(a_1+a_2+\cdots+a_{10})x+({a_1}^2+{a_2}^2+\cdots+{a_{10}}^2)$

따라서 $x=\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_{10}}{10}=m$일 때, 함수 $f(x)$는 최소값 $(a_1-m)^2+(a_2-m)^2+\ \cdots\ +(a_{10}-m)^2$을 갖는다.

$\therefore p=8$이고, $\sigma^2=\dfrac{q}{10}=9$에서 $q=90$

$\therefore p+q=98$

30. [출제의도] 평균의 정의 이해하기

[해설] 합격자 전체의 점수의 합을 a, 불합격자 전체의 점수의 합을 b라 하면 그 평균은 각각 $\dfrac{a}{10}$, $\dfrac{b}{100}$이다.

$\dfrac{a}{10}=\dfrac{a+b}{110}+10$, $\dfrac{b}{100}=50$에서 $a=610$, $b=5000$

따라서 합격자 전체의 평균 점수는 $\dfrac{a}{10}=61$

[이산수학]

26	④	27	②	28	③	29	⑤	30	240

26. [출제의도] 순열을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] 먼저 A와 B를 주어진 조건에 맞게 세운 뒤 나머지 학생들을 세우면 된다.

(i) A□B□□□: 24

(ii) A□□B□□: 24

(iii) A□□□B□: 24

(iv) A□□□□B: 24

$\therefore 4\times24=96$

27. [출제의도] 실생활에서 경우의 수 구하기

[해설] 5개의 돌 중에 3개의 돌을 밟는 경우의 수는

${}_5\mathrm{C}_3=\dfrac{5\cdot4}{2}=10$

5개의 돌 중에 4개의 돌을 밟는 경우의 수는 ${}_5\mathrm{C}_4=5$

따라서 전체 경우의 수는 $10+5=15$

28. [출제의도] 실생활에서 경우의 수 이해하기

[해설] n명이 서로 악수하는 경우의 수는 n명 중에서 두 사람을 택하는 경우의 수와 같으므로

$f(n)={}_n\mathrm{C}_2=\dfrac{n(n-1)}{2}$이다.

ㄱ. $f(5)={}_5\mathrm{C}_2=\dfrac{5\cdot4}{2}=10$ (참)

ㄴ. $f(n)+n=\dfrac{n(n-1)}{2}+n$

$=\dfrac{n(n+1)}{2}=f(n+1)$ (참)

ㄷ. ${}_{2}C_2+{}_{3}C_2+{}_{4}C_2+\cdots+{}_{10}C_2=165$, ${}_{11}C_2=55$ (거짓)

29. [출제의도] 조건에 맞는 자연수의 개수 구하기

[해설] 세 자리 자연수를 $100a+10b+c$라 하자.

(단, $1\leq a\leq 9$, $0\leq b\leq 9$, $0\leq c\leq 9$인 정수)

(i) b, c 중 하나가 0인 경우

나머지 두 수가 같으면 되므로 $9\times 2=18$(가지)

(ii) a, b, c에 0을 포함하지 않는 경우

㉠ $a=b+c$인 경우

$a=2$일 때 1(가지),

$a=3$일 때 2(가지),

$a=4$일 때 3(가지),

…

$a=9$일 때 8(가지)

$\therefore 1+2+\cdots+8=36$(가지)

㉡ $b=a+c$와 $c=a+b$의 경우도 같은 방법으로 구하면 각각 36(가지)이다.

$\therefore 36\times 3=108$(가지)

(i), (ii)에서 $18+108=126$(가지)이다.

30. [출제의도] 순열을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] A에서 B지점까지 최단거리로 가는 경우는

A→P→Q→R→S→B로 가는 경우이다.

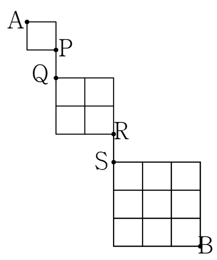
A→P : $2!=2$

P→Q : 1

Q→R : $\dfrac{4!}{2!\cdot 2!}=6$

R→S : 1

S→B : $\dfrac{6!}{3!\cdot 3!}=20$이므로



구하는 경우의 수는

$2\times 6\times 20=240$(가지)

[나 형]

1	⑤	2	④	3	②	4	⑤	5	②
6	②	7	③	8	①	9	⑤	10	③
11	⑤	12	③	13	⑤	14	④	15	①
16	③	17	①	18	36	19	8	20	90
21	5	22	729	23	16	24	11	25	64
26	①	27	④	28	②	29	③	30	24

1. 수리‘가’형 1번과 같음

2. [출제의도] 로그와 지수의 관계 이해하기

[해설] $\dfrac{\log_2 a}{6}=\dfrac{\log_2 b}{8}=\dfrac{1}{4}$이므로

$\log_2 a=\dfrac{3}{2}$, $a=2^{\frac{3}{2}}$

$\log_2 b=2$, $b=2^2$이므로 $a^2b=2^5=32$이다.

3. 수리‘가’형 3번과 같음

4. [출제의도] 무한수열의 수렴, 발산 판정하기

[해설] ① 0에 수렴한다. ② $\dfrac{1}{2}$에 수렴한다.

③ 0에 수렴한다. ④ -1에 수렴한다.

⑤ 수렴하지 않는다.

5. [출제의도] 행렬의 거듭제곱 계산하기

[해설] 근과 계수와의 관계에서 $\alpha+\beta=5$, $\alpha\beta=-1$

$A^2=\begin{pmatrix}4+\alpha\beta & 0\\ 0 & 4+\alpha\beta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}=3E$ 이므로

$A^4=9E$, $A^5=9A$이다.

6. [출제의도] 지수법칙 이해하기

[해설] ㄱ. $a◎1=a^2$, $1◎a=1$이므로

$a◎1\neq 1◎a$ (거짓)

ㄴ. $\dfrac{1}{a}◎b=a^{-2b}$, $\dfrac{1}{a◎b}=a^{-2b}$이므로

$\dfrac{1}{a}◎b=\dfrac{1}{a◎b}$ (참)

ㄷ. $a◎\left(\dfrac{1}{2}b\right)=a^b$, $\dfrac{1}{2}(a◎b)=\dfrac{1}{2}a^{2b}$이므로

$a◎\left(\dfrac{1}{2}b\right)\neq\dfrac{1}{2}(a◎b)$ (거짓)

7. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 실수의 대소관계 이해하기

[해설] $\sqrt{2^{\sqrt{2}}}=2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$, $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}=2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$, $\sqrt{2\sqrt{2}}=2^{\frac{3}{4}}$

$\therefore \sqrt{2^{\sqrt{2}}}=(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}<\sqrt{2\sqrt{2}}$

8. 수리‘가’형 8번과 같음

9. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 수열의 합 구하기

[해설] $\displaystyle\sum_{k=1}^{9}(-1)^{k-1}\log_{10}(1.23\times 10^{k+1})$

$\displaystyle=\sum_{k=1}^{9}(-1)^{k-1}(\alpha+k+1)$

$=(\alpha+2)-(\alpha+3)+(\alpha+4)-\cdots+(\alpha+10)$

$=6+\alpha$

10. 수리‘가’형 10번과 같음

11. 수리‘가’형 11번과 같음

12. 수리‘가’형 12번과 같음

13. 수리‘가’형 13번과 같음

14. [출제의도] 도형을 이용하여 수열의 합 추론하기

[해설] (가) $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3$

(나) $n(n+1)$, (다) $\left\{\dfrac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

15. 수리‘가’형 15번과 같음

16. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수의 성질 이해하기

[해설] $\log_{10}x=1+\alpha$ $(0\leq\alpha<1)$

$\log_{10}y=2+\beta$ $(0\leq\beta<1)$

ㄱ. $\log_{10}xy=\log_{10}x+\log_{10}y=3+\alpha+\beta$이고 여기에서 $0\leq\alpha+\beta<2$이므로 지표는 3 또는 4이다.

$\therefore$ xy는 4자리 또는 5자리 자연수이다. (참)

ㄴ. $\log_{10}y=\log_{10}10x=1+\log_{10}x=2+\alpha$ (참)

ㄷ. (반례) $x=10$일 때, $\dfrac{1}{10}=0.1$ (거짓)

17. 수리‘가’형 17번과 같음

18. [출제의도] 합의 기호 $\sum$의 성질 이해하기

[해설] (준식)$\displaystyle=2\sum_{k=1}^{10}a_k-\sum_{k=1}^{10}b_k+3\times 10=36$

19. 수리‘가’형 19번과 같음

20. [출제의도] 역행렬이 존재하지 않을 조건을 이용하여 값 구하기

[해설] $\mathrm{A}=\begin{pmatrix}a & 1\\ b & c\end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하지 않으므로

$ac-b=0$이다.

$\dfrac{178}{121}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{8+\cfrac{1}{7}}}$이므로 $a=2$, $b=8$

$2c-8=0$, $c=4$

$\mathrm{A}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 8 & 4\end{pmatrix}$이므로 $\mathrm{A}^2=\begin{pmatrix}12 & 6\\ 48 & 24\end{pmatrix}$

따라서, 모든 성분의 합은 90

21. [출제의도] 무한급수의 합 구하기

[해설] $\displaystyle 2^a\times 3^b=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+2}\right)$

$\displaystyle=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$

$=\dfrac{3}{4}=2^{-2}\times 3^1$

$\therefore a^2+b^2=5$

22. [출제의도] 등차수열과 등비수열의 일반항 비교하기

[해설] 빨간색이 칠해진 부분에 쓰여진 수 : $(4n-3)$꼴

파란색이 칠해진 부분에 쓰여진 수 : (3^m)꼴

빨간색과 파란색이 겹쳐 칠해지는 부분에 쓰여진 수 : (9^k)꼴이므로 9, 81, 729(단, k, m, n은 자연수)

$\therefore$ 가장 큰 수는 729

23. [출제의도] 연립일차방정식의 해가 무수히 많을 조건과 산술평균, 기하평균 관계 이해하기

[해설] 역행렬이 존재하지 않으므로 $ab-32=0$

$a+2b\geq 2\sqrt{2ab}$

$a+2b\geq 16$이므로 최소값은 16이다.

24. 수리‘가’형 24번과 같음

25. 수리‘가’형 25번과 같음

26. [출제의도] 실수의 성질을 이해하고 역행렬 구하기

[해설] $|a-1|+|b-2|=0$에서 $a=1$, $b=2$

$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -2 & 1\end{pmatrix}$이라 하면 $A^{-1}=\dfrac{1}{5}\begin{pmatrix}1 & -2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$

27. [출제의도] 알고리즘을 이해하여 인쇄되는 값 구하기

[해설] 순서도에 따라 인쇄되는 S의 값은 31, T의 값은 21이다.

$\therefore S-T=10$

28. [출제의도] 역행렬의 정의 이해하기

[해설] $-A^2+4A=3E$, $-\dfrac{1}{3}A(A-4E)=E$

$\therefore A^{-1}=-\dfrac{1}{3}(A-4E)$

29. [출제의도] 무한급수의 수렴 조건 이해하기

[해설] 무한급수 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}t_n$이 수렴하면 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}t_n=0$이므로

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left\{a_n-\frac{2+4+6+\cdots+2n}{(2n-1)^2}\right\}=0$

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(a_n-\frac{n^2+n}{4n^2-4n+1}\right)=0$ $\quad\therefore \displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n=\frac{1}{4}$

30. [출제의도] 무한등비급수의 합을 이용하여 식의 값 구하기

[해설] 무한등비급수의 공비가 $\sin\theta$ 이고 $0<\sin\theta<1$이므로 무한등비급수는 수렴한다.

$\dfrac{\cos^2\theta}{1-\sin\theta}=\dfrac{18}{13}$, $\dfrac{1-\sin^2\theta}{1-\sin\theta}=\dfrac{18}{13}$,

$1+\sin\theta=\dfrac{18}{13}$, $\sin\theta=\dfrac{5}{13}$

$\therefore \tan\theta=\dfrac{5}{12}$

그러므로 $\dfrac{10}{\tan\theta}=10\times\dfrac{12}{5}=24$