

수리 영역 (가형)

제 2 교시

성명	
----	--

수험번호						3			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

1

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 수험 번호, 선택 과목, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 돌음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점, 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\frac{54^2 \times 21^3}{28}$ 의 값은? [2점]

- ① $3^8 \times 7$
- ② $3^8 \times 7^2$
- ③ $3^8 \times 7^3$
- ④ $3^9 \times 7$
- ⑤ $3^9 \times 7^2$

2. 부등식 $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} > \sqrt{\sqrt[3]{64}}$ 를 만족시키는 정수 x 의 최대값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n + 5} - n)$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ 2
- ④ $\frac{5}{2}$
- ⑤ 3

4. 분수방정식 $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+2} = \frac{3}{2}$ 의 모든 근의 합은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

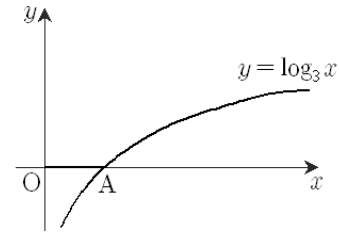
5. 확률변수 X 는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따른다.

$\frac{1}{5}X$ 의 분산이 1이고 $P(X \leq 80) = P(X \geq 120)$ 일 때,

$m + \sigma^2$ 의 값은? [3점]

- ① 105
- ② 110
- ③ 115
- ④ 120
- ⑤ 125

6. 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A라 하자. $y = \log_3(x+a)$ 의 그래프가 선분 OA를 x 축의 양의 방향으로 3만큼, y 축의 양의 방향으로 2만큼 평행이동한 선분과 만날 때, a 의 최대값과 최소값의 합은? (단, O는 원점이다.) [3점]



- ① 9
- ② 10
- ③ 11
- ④ 12
- ⑤ 13

7. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라 하자.

$f(x) = (a-4)x+6$, $g(x) = (3-b)x+2$ 라 할 때, 합성함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않는 경우의 수는?

[3점]

- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 10
- ⑤ 12

8. 이차 정사각행렬 A, B 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, E 는 단위행렬, O 는 영행렬이다.) [3점]

〈 보 기 〉

- ㄱ. $A+B=E$ 이면 $A^2-B^2=A-B$ 이다.
- ㄴ. $A^2=2A$ 이면 $A=O$ 또는 $A=2E$ 이다.
- ㄷ. $AB=A$ 이고 $BA=B$ 이면 $AB=BA$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 육안으로 본 별의 밝기를 겉보기 등급, 그 별이 10(pc)의 거리에 있다고 가정했을 때의 밝기를 절대 등급이라 한다.

어떤 별이 지구로부터 r (pc)만큼 떨어져 있을 때 겉보기 등급 m 과 절대 등급 M 은

$$\left(\frac{r}{10}\right)^2 = 100^{\frac{1}{5}(m-M)}$$

을 만족한다.

‘데네브’라는 별은 지구로부터 $10^{2.7}$ (pc)만큼 떨어져 있고 겉보기 등급은 1.3이다. 이 별의 절대 등급은? (단, pc은 거리를 나타내는 단위이다.) [3점]

- ① -3.6
- ② -4.8
- ③ -6.0
- ④ -7.2
- ⑤ -8.4

10. 다음 세 수에 대한 상용로그의 지표의 합과 가수의 합을 차례대로 나열한 것은? [4점]

0.02, 200, 2500

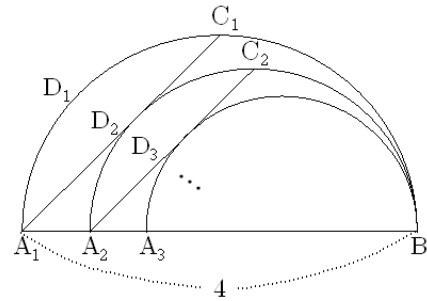
- ① 3, $\log_{10} 2$
 ② 3, $\log_{10} 6.5$
 ③ 3, 1
 ④ 4, 0
 ⑤ 4, $\log_{10} 6.5$

11. 그림과 같이 길이가 4인 선분 A_1B 를 지름으로 하는 반원 D_1 이 있다.

호 A_1B 를 이등분하는 점을 C_1 , 점 B 를 지나면서 선분 A_1C_1 과 접하고 중심이 선분 A_1B 위에 있는 반원을 D_2 , 반원 D_2 가 선분 A_1B 와 만나는 점을 A_2 라 하자.

호 A_2B 를 이등분하는 점을 C_2 , 점 B 를 지나면서 선분 A_2C_2 와 접하고 중심이 선분 A_1B 위에 있는 반원을 D_3 , 반원 D_3 이 선분 A_1B 와 만나는 점을 A_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 얻은 반원 D_n 의 호의 길이를 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은? [4점]



- ① $2(1 + \sqrt{2})\pi$
 ② $2(2 + \sqrt{2})\pi$
 ③ $2(3 + \sqrt{2})\pi$
 ④ $2(2 + 2\sqrt{2})\pi$
 ⑤ $2(3 + 2\sqrt{2})\pi$

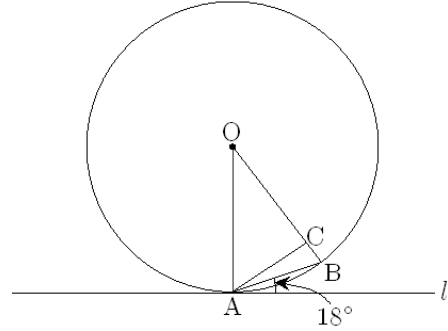
12. $a_1 = 1, 2a_{n+1} + a_n = 2$ (단, $n = 1, 2, 3, \dots$)를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. 수열 $\left\{a_n - \frac{2}{3}\right\}$ 는 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열이다.
- ㄴ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 은 수렴한다.
- ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 원 O 위에 두 점 A, B가 있다. 점 A에서 원 O에 접하는 접선 l과 선분 AB가 이루는 예각의 크기가 18° 이다. 선분 OB 위의 한 점 C에 대하여 삼각형 OAC의 세 내각의 크기가 등차수열을 이룰 때, 가장 큰 내각의 크기는? [4점]



- ① 68°
- ② 72°
- ③ 76°
- ④ 80°
- ⑤ 84°

14. 자연수 1, 2, 3으로 중복을 허용해서 5자리의 수를 만들어 작은 수부터 차례대로 배열하였다.

- 3^3 번째 수를 a_1 ,
- 2×3^3 번째 수를 a_2 ,
- 3×3^3 번째 수를 a_3 ,
- \vdots
- 9×3^3 번째 수를 a_9

라 할 때, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9$ 중에서 3의 배수인 것의 개수는?

[4점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

15. 다음은 자연수 n 에 대하여

$$\begin{aligned}
 1 &= 1^3 \\
 3 + 5 &= 2^3 \\
 7 + 9 + 11 &= 3^3 \\
 13 + 15 + 17 + 19 &= 4^3 \\
 &\vdots \\
 \sum_{i=1}^n (2i + n^2 - n - 1) &= n^3
 \end{aligned}$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

[증명]

i) $n = 1$ 일 때, $2 \cdot 1 + 1^2 - 1 - 1 = 1^3$ 이므로 성립한다.

ii) $n = k$ 일 때 성립한다고 가정하자

$$\sum_{i=1}^k (2i + k^2 - k - 1) = k^3 \text{이다.}$$

$n = k + 1$ 일 때 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned}
 &\sum_{i=1}^{k+1} \boxed{\text{(가)}} \\
 &= \sum_{i=1}^k (2i + k^2 - k - 1) + \sum_{i=1}^k 2k + \boxed{\text{(나)}} \\
 &= k^3 + 3k^2 + 3k + 1 \\
 &= (k+1)^3
 \end{aligned}$$

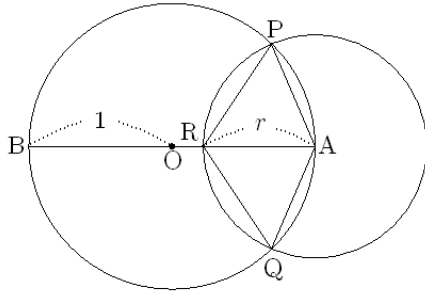
그러므로 $n = k + 1$ 일 때도 성립한다.

i), ii)에 의해서 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

이 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [4점]

- | | (가) | (나) |
|---|--------------------|----------------|
| ① | $2i + k^2 + k - 1$ | $k^2 + 3k + 1$ |
| ② | $2i + k^2 + k - 1$ | $k^2 - 3k + 1$ |
| ③ | $2i + k^2 + k + 1$ | $k^2 + 3k + 1$ |
| ④ | $2i + k^2 - k + 1$ | $k^2 - 3k + 1$ |
| ⑤ | $2i + k^2 - k + 1$ | $k^2 + 3k + 1$ |

16. 반지름의 길이가 1인 원 O 위에 한 점 A 가 있다. 점 A 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r 인 원이 원 O 와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하고, 원 O 의 지름 AB 와 만나는 점을 R 라 하자. 사각형 $APRQ$ 의 넓이를 $S(r)$ 라 할 때, $\lim_{r \rightarrow 2-0} \frac{S(r)}{\sqrt{2-r}}$ 의 값은? (단, $0 < r < 2$) [4점]

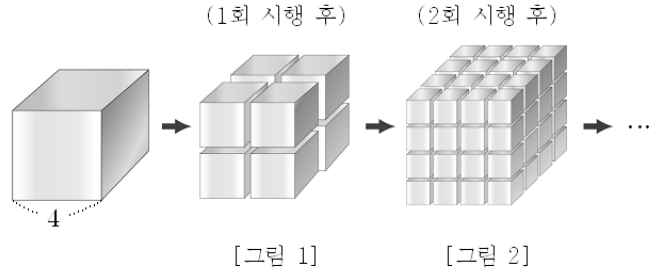


- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

17. 한 변의 길이가 4인 정육면체가 있다.

[그림 1]은 이 정육면체의 각 모서리를 수직이등분하여 분리된 정육면체들을 나타낸 것이다.

[그림 2]는 [그림 1]의 정육면체들의 각 모서리를 수직이등분하여 분리된 정육면체들을 나타낸 것이다.



이와 같은 시행을 계속해 나갈 때, 5회 시행 후 분리된 모든 정육면체들의 길넓이의 합은? [4점]

- ① 3×2^{10}
- ② 3×2^{12}
- ③ 3×2^{15}
- ④ 3×2^{17}
- ⑤ 3×2^{20}

단답형

18. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^2 - bx + 9} = 3$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

[3점]

19. 두 이차 정사각행렬 A, B 가

$$A - B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 12 & 2 \end{pmatrix}, \quad 2A + B = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}$$

을 만족시킬 때, 행렬 A 의 $(2, 1)$ 성분과 행렬 B 의 $(2, 2)$ 성분의 합을 구하시오.

[3점]

20. 다음 연립부등식을 만족시키는 모든 정수 x 의 합을 구하시오.

[3점]

$$\begin{cases} \frac{(x-1)(x-3)}{x-5} \geq 0 \\ (x-2)(x-4)(x-8) \leq 0 \end{cases}$$

21. 어떤 책을 임의로 펼쳤을 때, 그림이 나올 확률이 $\frac{1}{3}$ 이라고 한다. 이 책을 임의로 180번 펼쳐 그림이 나오는 횟수를 X 라고 할 때, X 의 분산을 구하시오. [3점]

22. 한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수 n 에 대하여

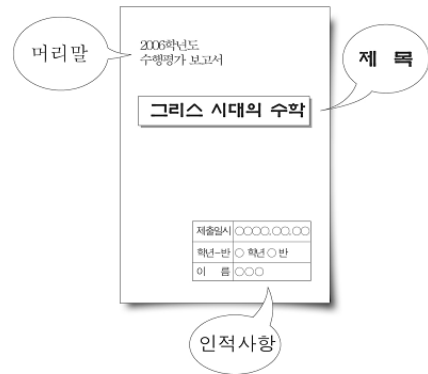
$$f(n) = n + 2(-1)^n - 2 \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

이라 하자. 한 개의 주사위를 5번 던져서 나온 눈의 수 n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 에 대하여

$$f(n_1) + f(n_2) + f(n_3) + f(n_4) + f(n_5) = 4$$

일 확률을 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수이고, a, b 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

23. 그림은 어떤 학생이 작성한 수행평가 보고서의 표지이다.



머리말, 제목, 인적사항의 글꼴을 표에서 각각 한 개씩 선택하여 바꾸려고 할 때, 글꼴이 모두 다른 경우의 수를 구하시오. [3점]

구분	글꼴
머리말	중고딕, 견고딕, 굴림체
제 목	중고딕, 견고딕, 굴림체, 신명조, 견명조, 바탕체
인적사항	신명조, 견명조, 바탕체

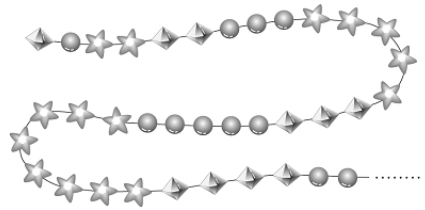
24. 이차 정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = (i+2j \text{의 양의 약수의 개수})$$

일 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합을 구하시오. (단, $i=1, 2, j=1, 2$) [4점]

25. 어떤 학생이 계발활동 시간에 목걸이를 만들려고 한다. 그림과 같이 세 종류의 인조 보석 \blacklozenge , \bullet , \star 을 사용하여 처음에는 \blacklozenge 1개, \bullet 1개, \star 2개를 꿰고 난 뒤, 다음 규칙을 순서대로 반복한다.

- I. \blacklozenge 는 바로 전 단계에 꿰 \blacklozenge 의 개수보다 1개 더 많이 꿰다.
- II. \bullet 는 바로 전 단계에 꿰 \bullet 의 개수보다 2개 더 많이 꿰다.
- III. \star 는 I과 II에서 꿰 \blacklozenge 과 \bullet 의 개수를 더한 만큼 꿰다.



미분과 적분

26. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{15}}{3}$ 일 때, $\cos 2\theta$ 의 값은?
 (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

27. 함수 $y = \cos x - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 가 $x = \alpha$ 에서 최대값을 가질 때,
 $\tan\alpha$ 의 값은? (단, $0 \leq x < 2\pi$) [3점]

- ① 0
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ④ 1
- ⑤ $\sqrt{3}$

28. 부등식 $\cos 2x - 3\sin x + 1 \leq 0$ 을 만족시키는 x 의 범위는?
 (단, $0 \leq x < 2\pi$) [3점]

- ① $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5}{6}\pi$
- ② $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{7}{6}\pi$
- ③ $\frac{5}{6}\pi \leq x \leq \frac{4}{3}\pi$
- ④ $\frac{4}{3}\pi \leq x \leq \frac{5}{3}\pi$
- ⑤ $\frac{7}{6}\pi \leq x \leq \frac{11}{6}\pi$

29. 다음은 θ 가 예각일 때, $\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos \theta}{2}$ 가 성립함을 증명한 것이다.

[증명]

길이가 1인 선분 AC를 지름으로 하는 원 O 위의 점 B에 대하여 $\angle BAC = \theta$ 라 하자. 호 BC의 중점을 D, D에서 지름 AC에 내린 수선의 발을 F라 하고, $\overline{AB} = \overline{AE}$ 가 되도록 지름 AC 위에 점 E를 잡으면

$\triangle BAD \cong \triangle EAD$
 $\overline{CD} = \text{ (가) }$

$\therefore \overline{EF} = \overline{CF} = \frac{1}{2}(\overline{AC} - \overline{AB})$
 $\angle AFD = \angle ADC = 90^\circ$ 이므로
 $\overline{CD}^2 = \text{ (나) }$
 $= \frac{1}{2} \overline{AC} (\overline{AC} - \overline{AB})$

$\overline{CD} = \sin \frac{\theta}{2}$, $\overline{AB} = \text{ (다) }$

$\therefore \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos \theta}{2}$

이 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

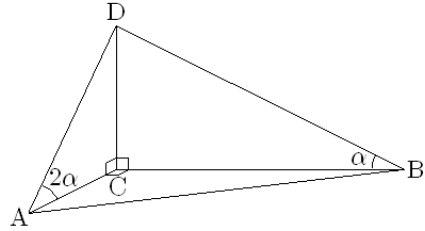
- | | (가) | (나) | (다) |
|---|-----------------|-------------------------------------|---------------|
| ① | \overline{DE} | $\overline{AC} \cdot \overline{CF}$ | $\sin \theta$ |
| ② | \overline{DE} | $\overline{AC} \cdot \overline{CF}$ | $\cos \theta$ |
| ③ | \overline{DE} | $\overline{AD} \cdot \overline{DF}$ | $\sin \theta$ |
| ④ | \overline{DF} | $\overline{AD} \cdot \overline{DF}$ | $\cos \theta$ |
| ⑤ | \overline{DF} | $\overline{AC} \cdot \overline{CF}$ | $\sin \theta$ |

단답형

30. 그림과 같이 한 점 C에서 서로 직교하는 세 직각삼각형 ABC,

ACD, BDC에 대하여 $\angle DBC = \alpha$, $\angle DAC = 2\alpha$ 라 하자.

$\tan \alpha = \frac{1}{2}$, $\overline{AB} = 5\sqrt{73}$ 일 때 선분 AC의 길이를 구하시오. [4점]



※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

확률과 통계

26. 다음은 어떤 봉사동아리 회원들의 1년 동안의 봉사활동 시간을 나타낸 도수분포표이다.

봉사 시간(시간)	회원 수(명)
40 ^{이상} ~50 ^{미만}	3
50 ~ 60	5
60 ~ 70	6
70 ~ 80	9
80 ~ 90	a
90 ~ 100	4

70시간 이상 ~ 80시간 미만인 계급의 상대도수가 0.3일 때, 80시간 이상 ~ 90시간 미만인 계급의 상대도수는? [3점]

- ① 0.05
- ② 0.1
- ③ 0.15
- ④ 0.2
- ⑤ 0.25

27. 다음은 휴대용 전화기 소유자 35명을 대상으로 현재 사용 중인 휴대용 전화기의 한 달 동안 문자사용량을 조사하여 십의 자리의 수를 줄기로 일의 자리의 수를 잎으로 하여 그린 줄기와 잎 그림이다.

줄기	잎
1	6 7
2	2 3 3 4 7
3	0 1 3 3 7 7 9
4	1 1 1 2 4 7 8 8 9
5	0 4 5 7 7 8
6	0 0 2 4
7	1 3

<보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

〈 보 기 〉

- ㄱ. 범위는 57이다.
- ㄴ. 최빈값은 41이다.
- ㄷ. 중앙값은 41이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 어느 과목의 성적은 2회의 수행평가, 중간 지필평가, 기말 지필평가의 점수에 가중치를 부여하여 산출한다. 각 평가별 점수와 가중치가 표와 같을 때, 각 평가별 단점은 100점이다.) [3점]

구분	각 평가의 점수(점)	가중치(%)
1회 수행평가	80	15
2회 수행평가	70	15
중간 지필평가	86	35
기말 지필평가	94	35

- ① 85
- ② 85.5
- ③ 86
- ④ 86.5
- ⑤ 87

29. 평균이 8, 분산이 9인 10개의 실수 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ 에 대하여 함수 $f(x) = (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \dots + (x - a_{10})^2$ 이 $x = p$ 에서 최소값 q 를 갖는다. 이 때, $p + q$ 의 값은? [4점]

- ① 95
- ② 96
- ③ 97
- ④ 98
- ⑤ 99

단답형

30. 수시 모집 정원이 10명인 ○○대학교 ○○학과에 110명이 응시하였다. 합격자 전체의 평균 점수는 응시자 전체의 평균 점수보다 10점이 높았고, 불합격자 전체의 평균 점수는 50점이었다. 이 때, 합격자 전체의 평균 점수를 구하시오. [4점]

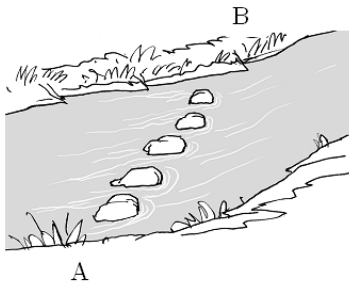
※ 확인사항
○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이산수학

26. 6명의 학생 A, B, C, D, E, F를 일렬로 세울 때, A를 맨 앞에 세우고 B는 A와 이웃하지 않게 세우는 경우의 수는? [3점]

- ① 24
- ② 48
- ③ 72
- ④ 96
- ⑤ 120

27. 그림과 같이 5개의 돌로 만들어진 징검다리가 있다. 5개의 돌 중에서 3개 또는 4개만 밟고 A에서 B까지 건널 수 있는 방법의 수는? (단, 중간에 되돌아가는 경우는 생각하지 않는다.) [3점]



- ① 13
- ② 15
- ③ 17
- ④ 19
- ⑤ 21

28. n 명이 서로 악수할 수 있는 모든 경우의 수를 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들면, $f(3) = 3$, $f(4) = 6$ 이다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $n \geq 2$) [3점]

<보기>

- ㄱ. $f(5) = 10$
- ㄴ. $f(n+1) = f(n) + n$
- ㄷ. $f(2) + f(3) + f(4) + \dots + f(10) = f(11)$

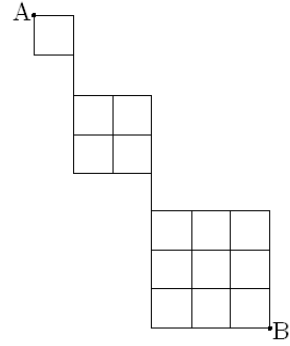
- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 세 자리 자연수 중 101, 121, 954와 같이
1의 자리, 10의 자리, 100의 자리의 수 중에서 어느 하나의 수가
나머지 두 수의 합으로 되어 있는 자연수의 개수는? [4점]

- ① 100
- ② 108
- ③ 116
- ④ 120
- ⑤ 126

단답형

30. 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 B지점까지 최단거리로
이동하는 모든 경우의 수를 구하시오. [4점]



※ 확인사항
○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지
확인하시오.