

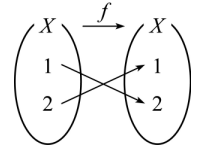
5. 집합 $A = \{x \mid x = \left(\frac{1}{256}\right)^{\frac{1}{n}}, n \text{ 은 } 0 \text{ 이 아닌 정수}\}$ 의 원소 중 자연수인 것의 개수는? [3 점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $(a_1 + a_2) : (a_3 + a_4) = 1 : 2$ 가 성립할 때, $a_1 : a_4$ 는? (단, $a_1 \neq 0$ 이다.) [3 점]

① 1 : 2 ② 1 : 3 ③ 2 : 3 ④ 2 : 5 ⑤ 3 : 5

7. 집합 $X = \{1, 2\}$ 에서 X 로의 함수 f 의 대응관계가 그림과 같을 때, 이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를



$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & (f(i) \neq j \text{ 일 때}) \\ 1 & (f(i) = j \text{ 일 때}) \end{cases}$$

로 정의한다. 행렬 A^{2006} 과 같은 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [3 점]

- ① $A - E$ ② A ③ E ④ $A + E$ ⑤ $2A$

8. 이차정사각행렬 A 에 대하여 $A^4 = O$ 일 때, 역행렬이 존재하는 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고 O 는 영행렬이다.) [3 점]

| | | |
|------------|------------|--------------|
| < 보 기 > | | |
| ㉠. $E - A$ | ㉡. $E + A$ | ㉢. $E + A^2$ |

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

9. 언어영역 3 문항, 수리영역 4 문항, 외국어영역 3 문항, 사회탐구영역 2 문항이 있다. A, B, C, D 네 사람에게 3 문항씩 각각 다른 영역의 문항을 서로 중복되지 않게 나누어 풀게 하였다. 다음은 네 사람이 푼 문항을 조사한 결과의 일부이다.

- A 는 언어영역과 수리영역 1 문항씩을 풀었다.
- B 는 외국어영역 1 문항을 풀었다.
- C 는 사회탐구영역 1 문항을 풀었다.
- D 는 수리영역과 외국어영역 1 문항씩을 풀었다.

만일 C가 언어영역 문항을 풀었다고 할 때, 다음 중 항상 옳은 것은? [3 점]

- ① A 는 외국어영역 문항을 풀었다.
- ② A 는 사회탐구영역 문항을 풀었다.
- ③ B 는 사회탐구영역 문항을 풀었다.
- ④ D 는 언어영역 문항을 풀었다.
- ⑤ D 는 사회탐구영역 문항을 풀었다.

10. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^n = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ 0 & b_n \end{pmatrix}$ 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n - 2b_n}{2a_n + 3b_n}$ 의 값은? [3 점]

- ① $-\frac{3}{2}$
- ② $-\frac{2}{3}$
- ③ 0
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{3}{2}$

11. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 등식

$$A + B = 3E, AB = 4B$$

가 성립할 때, 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고 O 는 영행렬이다.) [4 점]

- < 보 기 > —
- ㄱ. $A = 4E$
 - ㄴ. $B^2 + B = O$
 - ㄷ. $A^2 - B^2 = 3(A - B)$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 자연수 i 에 대하여 $H_i = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{i}$ 이라 할 때, 다음은 부등식

$$H_{2^n} \geq 1 + \frac{n}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad \text{..... ㉠}$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>
 (i) $n = 0$ 일 때,
 (좌변) $= H_{2^0} = H_1 = \boxed{\text{(가)}}$
 (우변) $= 1 + \frac{0}{2} = 1$
 그러므로 ㉠이 성립한다.
 (ii) $n = k$ 일 때,
 $H_{2^k} \geq 1 + \frac{k}{2}$ 가 성립한다고 가정하면
 $H_{2^{k+1}} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^k} + \boxed{\text{(나)}}$
 $= H_{2^k} + \boxed{\text{(나)}}$
 $\geq \left(1 + \frac{k}{2}\right) + \boxed{\text{(나)}}$
 $\geq \left(1 + \frac{k}{2}\right) + \boxed{\text{(다)}} \cdot \frac{1}{2^{k+1}}$
 $= 1 + \frac{k+1}{2}$
 그러므로 $n = k+1$ 일 때도 ㉠이 성립한다.
 따라서 0 과 모든 자연수 n 에 대하여 ㉠이 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4 점]

- | (가) | (나) | (다) |
|-----------------|--------------------------------------|-----------|
| ① 1 | $\sum_{l=1}^{2^k} \frac{1}{2^k + l}$ | $2^k - 1$ |
| ② 1 | $\sum_{l=1}^{2^k} \frac{1}{2^k + l}$ | 2^k |
| ③ 1 | $\frac{1}{2^{k+1}}$ | 2^k |
| ④ $\frac{3}{2}$ | $\frac{1}{2^{k+1}}$ | $2^k - 1$ |
| ⑤ $\frac{3}{2}$ | $\frac{1}{2^{k+1}}$ | 2^k |

13. 5 이하의 세 자연수 x, y, z 에 대하여 두 행렬 A, B 를

$$A = \begin{pmatrix} x & y \\ 1 & z \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \log x & \log y \\ 0 & \log z \end{pmatrix} \text{라 하자.}$$

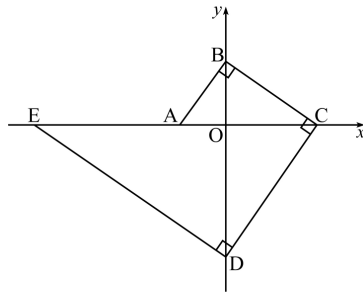
A 의 역행렬 A^{-1} 가 존재할 때, $A^{-1}BA = B$ 를 만족시키는 행렬 A 의 개수는? [4 점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

14. 그림과 같이 좌표축 위의 다섯 개의 점 A, B, C, D, E 에 대하여 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{BC} \perp \overline{CD}$, $\overline{CD} \perp \overline{DE}$ 가 성립한다.

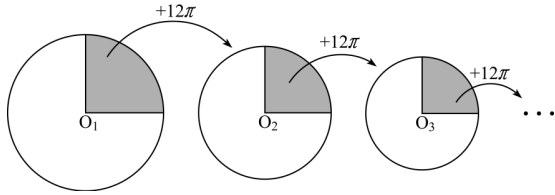
세 선분 AO, OC, EA 의 길이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 직선 AB 의 기울기는?

(단, O 는 원점이고 $\overline{OA} < \overline{OB}$ 이다.) [4 점]



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

15. 넓이가 20π 인 원 O_1 을 그리고, 원 O_1 의 사분원의 넓이보다 12π 더 넓은 원 O_2 를 그린다. 또 원 O_2 의 사분원의 넓이보다 12π 더 넓은 원 O_3 를 그린다.
 이와 같이 원 O_n 의 사분원의 넓이보다 12π 더 넓은 원 O_{n+1} 을 계속하여 그려 간다. 원 O_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4 점]



- ① 14π ② 15π ③ 16π ④ 17π ⑤ 18π

16. 어느 도시의 t 년도 인구수를 $P \times 10^6$ (명)이라 하면

$$P = 5 \cdot 2^{\frac{t-2001}{15}}$$

인 관계가 성립한다고 한다. 이 도시의 인구수가 2006년 인구수의 2배가 되는 해는? [4 점]

- ① 2017년 ② 2019년 ③ 2021년 ④ 2023년 ⑤ 2025년

17. 두 약국 P, Q에서 판매하는 혈압약과 관절염약의 1갑의 가격은 <표1>과 같고, 갑, 을 두 환자가 매월 구입해야 하는 혈압약과 관절염약의 수량은 <표2>와 같다.

| | 혈압약 | 관절염약 |
|------|--------|--------|
| P 약국 | 30,000 | 10,000 |
| Q 약국 | 20,000 | 20,000 |

| | 갑 | 을 |
|------|---|---|
| 혈압약 | 1 | 2 |
| 관절염약 | 1 | 3 |

<표1>

<표2>

갑이 x 개월, 을이 y 개월 동안 혈압약과 관절염약을 P 약국에서 구입하면 갑과 을의 약값의 합은 600,000 원이고, Q 약국에서 구입하면 갑과 을의 약값의 합은 640,000 원이다.

행렬을 이용하여 x, y 의 값을 구하는 과정에서 다음 등식을 얻었다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} a & -9 \\ -4 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 60 \\ 64 \end{pmatrix}$$

두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [4 점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

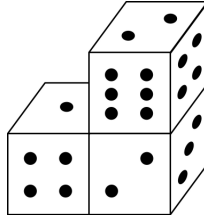
단답형(18 ~ 25)

18. 등식 $\frac{1}{\log_3 2} + \frac{1}{\log_5 2} + \frac{1}{\log_6 2} = \frac{1}{\log_k 2}$ 이 성립할 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3 점]

19. 그림과 같이 한 개의 직사각형을 6 개의 직사각형으로 나누었을 때, 6 개의 직사각형의 넓이가 각각 8, a , 9, b , 6, c 이었다. $a(b+c)$ 의 값을 구하시오. [3 점]

| | | |
|-----|-----|-----|
| 8 | a | 9 |
| b | 6 | c |

20. 마주 보는 면에 있는 눈의 수의 합이 7인 똑같은 세 개의 주사위를 그림과 같이 붙여 놓으면, 이웃한 주사위와 접한 면은 모두 네 개가 된다. 이 네 면에 있는 눈의 수의 총합을 구하시오. [3 점]



21. 이차방정식 $x^2 - 6x + 2 = 0$ 의 두 실근 α, β 에 대하여 행렬 A 를 $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 1 & \beta \end{pmatrix}$ 라 할 때, 행렬 A^2 의 역행렬 $(A^2)^{-1}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3 점]

22. 양수 x 에 대하여 $\langle x \rangle$ 는 x 보다 크거나 같은 최소의 정수를 나타내기로 한다. 예를 들면, $\langle 2 \rangle = 2$, $\langle 2.5 \rangle = 3$ 이다. 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_1 = 10$, $a_n = a_{\langle \frac{n}{2} \rangle} + 1$ ($n = 2, 3, 4, \dots$)로 정의할 때, a_{50} 의 값을 구하시오. [4 점]

23. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 하자. 두 등식

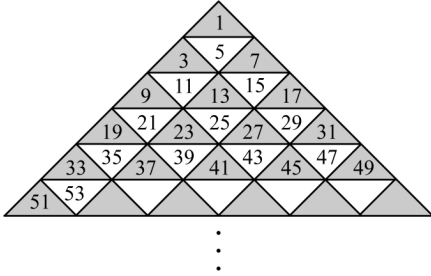
$$f(a) = f(b) + 2, \quad g(a) = g(b) - \log 3$$

을 만족시키는 두 양수 a, b 에 대하여 $3a + \frac{25}{b}$ 의 최소값을 구하시오. [4 점]

24. 그림과 같이 홀수를 삼각형 모양으로 배열하고 어두운 부분에 있는 수를 크기순으로 나열하여 수열

1, 3, 7, 9, 13, 17, 19, ...

을 만들었다. 이 수열의 제 66 항을 구하시오. [4 점]



25. 선미는 문제 수가 x 인 수학책을 첫째 날에는 15 문제를 풀고 둘째 날부터 매일 문제 수를 d 만큼씩 증가시키면서 풀어 아홉째 날까지 문제를 풀고 나면 24 문제가 남게 된다. 또, 첫째 날에는 30 문제를 풀고 둘째 날부터 매일 문제 수를 d 만큼씩 증가시키면서 풀어 일곱째 날까지 문제를 풀고 나면 39 문제가 남게 된다. 선미가 풀고자 하는 이 수학책의 문제 수 x 의 값을 구하시오. [4 점]

5지선다형(26 ~ 29)

26. 실수 a 의 값에 관계없이 로그가 정의될 수 있는 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3 점]

- < 보 기 >
- ㄱ. $\log_{a^2-a+2}(a^2+1)$
 - ㄴ. $\log_{2|a|+1}(a^2+1)$
 - ㄷ. $\log_{a^2+2}(a^2-2a+1)$

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

27. 세 양수 a, b, c 는 이 순서대로 등비수열을 이루고, 다음 두 조건을 만족한다.

- (가) $a + b + c = \frac{7}{2}$
- (나) $abc = 1$

$a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? [3 점]

- ① $\frac{13}{4}$
- ② $\frac{15}{4}$
- ③ $\frac{17}{4}$
- ④ $\frac{19}{4}$
- ⑤ $\frac{21}{4}$

28. 세 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ 에 대한 옳은 설명을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3 점]

< 보 기 >

ㄱ. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{a_n b_n\}$ 이 모두 수렴하면, 수열 $\{b_n\}$ 은 수렴한다.

ㄴ. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - 2b_n) = 0$ 이고 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$ 이면, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ 이다.

ㄷ. $a_n < b_n < c_n$ 이고 $\lim_{n \rightarrow \infty} (c_n - a_n) = 0$ 이면, 수열 $\{b_n\}$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

29. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 17 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 등식

$(x^2 + y^2)A - (x - y)E = B$ 를 만족시키는 실수 x, y 를

$$\begin{cases} x = \alpha_1 \\ y = \beta_1 \end{cases}, \begin{cases} x = \alpha_2 \\ y = \beta_2 \end{cases} \text{라 하자.}$$

좌표평면 위의 두 점 $P(\alpha_1, \beta_1)$, $Q(\alpha_2, \beta_2)$ 사이의 거리는?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4 점]

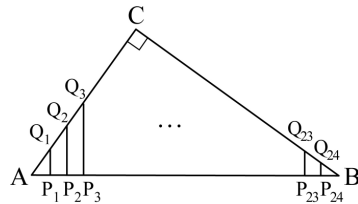
- ① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

단답형(30)

30. 그림과 같이 $\overline{AC} = 15$, $\overline{BC} = 20$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 가 있다.
변 AB 를 25 등분하는 점 P_1, P_2, \dots, P_{24} 를 지나 변 AB 에 수직인 직선을 그어 변 AC 또는 변 CB 와 만나는 점을 각각 Q_1, Q_2, \dots, Q_{24} 라 하자.

$$\overline{P_1Q_1} + \overline{P_2Q_2} + \overline{P_3Q_3} + \dots + \overline{P_{24}Q_{24}}$$

의 값을 구하시오. [4 점]



※ 확인 사항
○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.