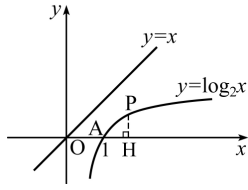


5. 그림과 같이 곡선 $y = \log_2 x$ 위의 한 점 $P(a, \log_2 a)$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 한다.

점 $A(1, 0)$ 에 대하여 $\overline{AH} = \overline{PH}$ 일 때, 점 P 에서 직선 $y = x$ 까지의 거리는? (단, $a > 1$ 이다.) [3 점]

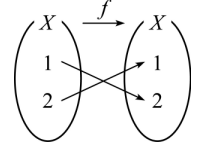


- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $(a_1 + a_2) : (a_3 + a_4) = 1 : 2$ 가 성립할 때, $a_1 : a_4$ 는? (단, $a_1 \neq 0$ 이다.) [3 점]

- ① 1 : 2 ② 1 : 3 ③ 2 : 3 ④ 2 : 5 ⑤ 3 : 5

7. 집합 $X = \{1, 2\}$ 에서 X 로의 함수 f 의 대응관계가 그림과 같을 때, 이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를



$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & (f(i) \neq j \text{ 일 때}) \\ 1 & (f(i) = j \text{ 일 때}) \end{cases}$$

로 정의한다. 행렬 A^{2006} 과 같은 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [3 점]

- ① $A - E$ ② A ③ E ④ $A + E$ ⑤ $2A$

8. 대표 2명, 부대표 3명, 부원 4명인 어느 모임에서 대표 2명은 각자 나머지 7명과 모두 악수를 하였다. 그리고 부대표 3명은 각자 나머지 4명의 부원과 모두 악수를 하였다. 이 모임의 9명 중 임의로 3명을 택했을 때, 3명이 모두 서로 악수를 나눈 사람일 확률은? [3 점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

‘가’형

9. $1 < a < b$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3 점]

< 보 기 >

ㄱ. $\log_b a < \log_a b$
 ㄴ. $\frac{1}{a} \log a < \frac{1}{b} \log b$
 ㄷ. $2 \log(a+b) < \log 2(a^2+b^2)$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^n = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ 0 & b_n \end{pmatrix}$ 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n - 2b_n}{2a_n + 3b_n}$ 의 값은? [3 점]

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

11. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 등식

$$A + B = 3E, AB = 4B$$

가 성립할 때, 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?
 (단, E 는 단위행렬이고 O 는 영행렬이다.) [4 점]

< 보 기 >

ㄱ. $A = 4E$
 ㄴ. $B^2 + B = O$
 ㄷ. $A^2 - B^2 = 3(A - B)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 자연수 i 에 대하여 $H_i = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{i}$ 이라 할 때,

다음은 부등식

$$H_{2^n} \geq 1 + \frac{n}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad \text{ⓐ}$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i) $n = 0$ 일 때,

(좌변) $= H_{2^0} = H_1 = \boxed{\text{(가)}}$

(우변) $= 1 + \frac{0}{2} = 1$

그러므로 ⓐ이 성립한다.

(ii) $n = k$ 일 때,

$H_{2^k} \geq 1 + \frac{k}{2}$ 가 성립한다고 가정하면

$$H_{2^{k+1}} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^k} + \boxed{\text{(나)}}$$

$$= H_{2^k} + \boxed{\text{(나)}}$$

$$\geq \left(1 + \frac{k}{2}\right) + \boxed{\text{(나)}}$$

$$\geq \left(1 + \frac{k}{2}\right) + \boxed{\text{(다)}} \cdot \frac{1}{2^{k+1}}$$

$$= 1 + \frac{k+1}{2}$$

그러므로 $n = k + 1$ 일 때도 ⓐ이 성립한다.

따라서 0 과 모든 자연수 n 에 대하여 ⓐ이 성립한다.

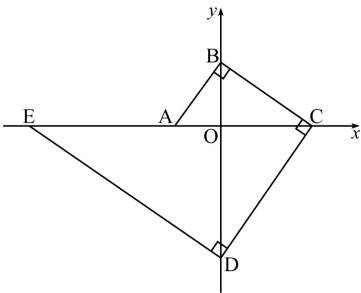
위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4 점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|-----------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-----------|
| ① 1 | $\sum_{l=1}^{2^k} \frac{1}{2^{k+l}}$ | $\sum_{l=1}^{2^k} \frac{1}{2^{k+l}}$ | 2^{k-1} |
| ② 1 | $\sum_{l=1}^{2^k} \frac{1}{2^{k+l}}$ | $\sum_{l=1}^{2^k} \frac{1}{2^{k+l}}$ | 2^k |
| ③ 1 | $\frac{1}{2^{k+1}}$ | $\frac{1}{2^{k+1}}$ | 2^k |
| ④ $\frac{3}{2}$ | $\frac{1}{2^{k+1}}$ | $\frac{1}{2^{k+1}}$ | 2^{k-1} |
| ⑤ $\frac{3}{2}$ | $\frac{1}{2^{k+1}}$ | $\frac{1}{2^{k+1}}$ | 2^k |

13 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 가 있다. A 의 부분집합 중에서 임의로 서로 다른 두 집합을 택하였을 때, 한 집합이 다른 집합의 부분집합이 될 확률은? [4 점]

- ① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{8}{15}$ ③ $\frac{11}{20}$ ④ $\frac{13}{24}$ ⑤ $\frac{15}{28}$

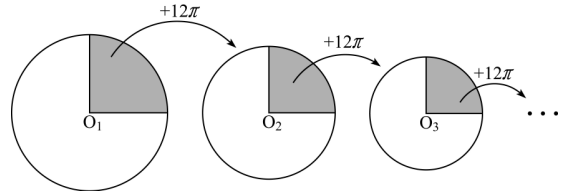
14 그림과 같이 좌표축 위의 다섯 개의 점 A, B, C, D, E 에 대하여 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{BC} \perp \overline{CD}$, $\overline{CD} \perp \overline{DE}$ 가 성립한다. 세 선분 AO, OC, EA 의 길이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 직선 AB 의 기울기는? (단, O 는 원점이고 $\overline{OA} < \overline{OB}$ 이다.) [4 점]



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

15 넓이가 20π 인 원 O_1 을 그리고, 원 O_1 의 사분원의 넓이보다 12π 더 넓은 원 O_2 를 그린다. 또 원 O_2 의 사분원의 넓이보다 12π 더 넓은 원 O_3 를 그린다.

이와 같이 원 O_n 의 사분원의 넓이보다 12π 더 넓은 원 O_{n+1} 을 계속하여 그려 간다. 원 O_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4 점]



- ① 14π ② 15π ③ 16π ④ 17π ⑤ 18π

16 어느 도시의 t 년도 인구수를 $P \times 10^6$ (명)이라 하면

$$P = 5 \cdot 2^{\frac{t-2001}{15}}$$

인 관계가 성립한다고 한다. 이 도시의 인구수가 2006 년 인구수의 2 배가 되는 해는? [4 점]

- ① 2017 년 ② 2019 년 ③ 2021 년 ④ 2023 년 ⑤ 2025 년

17. 고속도로의 어느 지점을 통과하는 자동차들의 속력은 평균이 104km/시, 표준편차가 8km/시인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지점에서의 속력이 120km/시를 초과하면 과속으로 단속된다고 할 때, 이 지점을 통과하는 두 자동차 A, B가 모두 과속으로 단속될 확률을 주어진 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, A와 B의 속력은 서로 독립이다.) [3점]

< 표준정규분포표 >

z	P (0 ≤ Z ≤ z)
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

- ① $\frac{1}{2500}$ ② $\frac{1}{400}$ ③ $\frac{49}{10000}$ ④ $\frac{9}{2500}$ ⑤ $\frac{16}{625}$

단답형(18~25)

18. 등식 $\frac{1}{\log_3 2} + \frac{1}{\log_5 2} + \frac{1}{\log_6 2} = \frac{1}{\log_k 2}$ 이 성립할 때, 상수 k의 값을 구하시오. [3점]

19. 6개의 숫자 1, 2, 3, 5, 7, 9를 이용하여 다섯 자리 자연수를 만들 때 7만 중복하여 사용할 수 있다. 7을 2개 이상 포함하고, 7끼리는 이웃하지 않는 서로 다른 자연수의 개수를 구하시오. [3점]

20. A, B, C, D 4개의 축구팀이 있다. 이들은 각각 다른 모든 팀과 1경기씩을 치르게 되고, 각각의 팀이 경기에서 이길 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다. 경기에서 모두 이기거나, 경기에서 모두 진 팀이 생길 확률을 $\frac{n}{m}$ (m, n은 서로소인 자연수)이라 할 때, m+n의 값을 구하시오. (단, 비기는 경기는 없다.) [4점]

21. 이차방정식 $x^2 - 6x + 2 = 0$ 의 두 실근 α, β 에 대하여 행렬 A 를 $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 1 & \beta \end{pmatrix}$ 라 할 때, 행렬 A^2 의 역행렬 $(A^2)^{-1}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3 점]

23. 두 양수 x, y 에 대하여 등식

$$(\log_3 x)^2 + (\log_3 y)^2 = \log_9 x^2 + \log_9 y^2$$

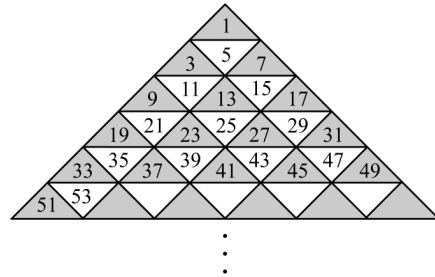
이 성립할 때, xy 의 최대값은 M , 최소값은 m 이다. $M + m$ 의 값을 구하시오. [4 점]

22. 양수 x 에 대하여 $\langle x \rangle$ 는 x 보다 크거나 같은 최소의 정수를 나타내기로 한다. 예를 들면, $\langle 2 \rangle = 2$, $\langle 2.5 \rangle = 3$ 이다. 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_1 = 10$, $a_n = a_{\langle \frac{n}{2} \rangle} + 1$ ($n = 2, 3, 4, \dots$)로 정의할 때, a_{50} 의 값을 구하시오. [4 점]

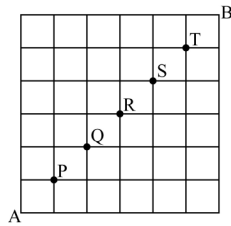
24. 그림과 같이 홀수를 삼각형 모양으로 배열하고 어두운 부분에 있는 수를 크기순으로 나열하여 수열

$$1, 3, 7, 9, 13, 17, 19, \dots$$

을 만들었다. 이 수열의 제 66 항을 구하시오. [4 점]



25. 그림과 같은 직선 도로망이 있다.
5 개의 지점 P, Q, R, S, T 중 어느 한 지점도 지나지 않고 A 지점에서 B 지점까지 최단거리로 갈 수 있는 모든 경로의 수를 구하시오. [4 점]



27. x 에 대한 방정식 $4^x - a \cdot 2^{x+1} + a^2 - a - 6 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 상수 a 의 값의 범위는? [3 점]

- ① $a > -6$ ② $-6 < a < -2$ ③ $a > 0$
- ④ $-2 < a < 3$ ⑤ $a > 3$

5지선다형(26 ~ 29)

26. 실수 a 의 값에 관계없이 로그가 정의될 수 있는 것을 <보기> 에서 모두 고른 것은? [3 점]

_____ < 보 기 > _____

ㄱ. $\log_{a^2-a+2}(a^2+1)$

ㄴ. $\log_{2|a|+1}(a^2+1)$

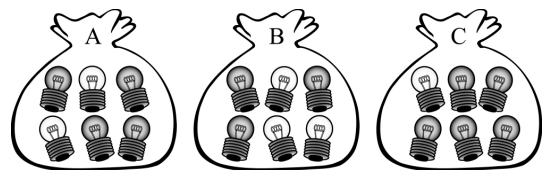
ㄷ. $\log_{a^2+2}(a^2-2a+1)$

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 세 개의 주머니 A, B, C 에 모양과 크기가 같은 전구가 들어 있다. A 에는 노란 전구 2 개와 파란 전구 4 개, B 에는 노란 전구 3 개와 파란 전구 3 개, C 에는 노란 전구 1 개와 파란 전구 5 개가 들어 있다.

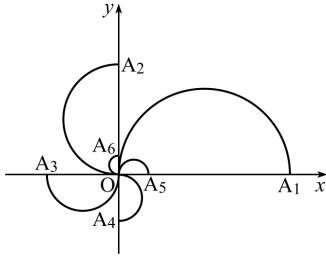
각 주머니에서 전구를 한 개씩 꺼냈더니 노란 전구가 두 개 나왔다고 한다. 이 때, A 에서 꺼낸 전구가 노란 전구일 확률은?

[3 점]



- ① $\frac{2}{9}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{4}{9}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{3}{4}$

29. 그림과 같이 x 축 위의 점 $A_1(6\pi - 12, 0)$ 에 대하여 $\overline{OA_1}$ 을 지름으로 하는 반원을 제 1 사분면에 그리고, $\overline{OA_1} = \overline{OA_2}$ 인 점 A_2 를 y 축 위에 잡아 $\overline{OA_2}$ 를 지름으로 하는 반원을 제 2 사분면에 그린다. 또, $\overline{OA_2} = \overline{OA_3}$ 인 점 A_3 를 x 축 위에 잡아 $\overline{OA_3}$ 를 지름으로 하는 반원을 제 3 사분면에 그리고, $\overline{OA_3} = \overline{OA_4}$ 인 점 A_4 를 y 축 위에 잡아 $\overline{OA_4}$ 를 지름으로 하는 반원을 제 4 사분면에 그린다. 같은 방법으로 제 1 사분면, 제 2 사분면, ... 에 반원을 계속하여 그려나갈 때, 반원들의 호의 길이의 합 $\sum_{n=1}^{\infty} \overline{OA_n}$ 의 값은?(단, $\overline{OA_n}$ 은 $\overline{OA_n}$ 을 지름으로 하는 반원의 호이고 $n=1, 2, 3, \dots$ 이다.) [4 점]



- ① 9π ② $8\pi + 1$ ③ $\pi^2 + 10$
- ④ $2\pi^2 + 3$ ⑤ $3\pi^2$

단답형(30)

30. 확률변수 X 는 $1, 2, 3, \dots, n$ 의 값을 취하고, $X = k(1 \leq k \leq n)$ 일 확률이

$$P(X = k) = ck \quad (\text{단, } c \text{ 는 상수})$$

라 한다. 확률변수 X 의 표준편차가 $\sqrt{6}$ 이 되도록 하는 자연수 n 의 값을 구하시오. [4 점]

※ 확인 사항
 ○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.