수리 영역

가형 정답

1	⑤	*2*	③	*3*	②	*4*	④	*5*	④
6	②	*7*	④	*8*	④	*9*	②	*10*	③
11	③	*12*	④	*13*	①	*14*	⑤	*15*	⑤
16	②	*17*	③	*18*	③	*19*	①	*20*	③
21	②	*22*	28	*23*	14	*24*	22	*25*	10
26	2	*27*	11	*28*	101	*29*	50	*30*	15

해설

1. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 계산하기

$\log_2 \frac{4}{3} + \log_2 6 = \log_2 \left(\frac{4}{3} \times 6\right) = \log_2 8 = 3$

2. [출제의도] 복소수의 사칙연산을 이용하여 계산하기

$z^2 = \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{2i}{2} = i$ 이므로

$z^{2006} = (z^2)^{1003} = i^{1003} = i^3 = -i$

$z^{2006} + \frac{1}{z^{2006}} = -i - \frac{1}{i} = -i + i = 0$

3. [출제의도] 행렬의 성질을 이용하여 역행렬 구하기

$AB = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$(AB)^{-1} = -\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

4. [출제의도] 상용로그로 이루어진 수들의 평균 구하기

$\frac{\log 1 + \log 2 + 2\log 2 + 3\log 2 + 4\log 2 + 5\log 2}{6}$

$= \frac{15\log 2}{6} = \frac{5}{2}\log 2$

5. [출제의도] 지수를 이용하여 수의 대소관계 구하기

$A = 2^{100} = (2^{10})^{10} = 1024^{10}$

$B = 3^{70} = (3^7)^{10} = 2187^{10}$

$C = 5^{40} = (5^4)^{10} = 625^{10}$

따라서 $C < A < B$

[별해]

A, B, C 에 각각 상용로그를 취하면

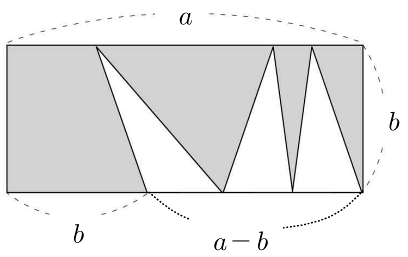
$\log A = \log 2^{100} = 100\log 2 = 30.1$

$\log B = \log 3^{70} = 70\log 3 = 33.397$

$\log C = \log 5^{40} = 40\log 5 = 27.96$

따라서 $C < A < B$

6. [출제의도] 다항식의 연산을 이용하여 넓이 구하기



어두운 부분의 넓이는 직사각형의 넓이에서 세 삼각형의 넓이를 뺀 것이다.

$ab - \frac{1}{2}b(a-b) = \frac{1}{2}b(a+b)$

7. [출제의도] 행렬의 성질을 이용하여 행렬의 거듭제곱 계산하기

$A = A^{-1} - E$

양변에 A를 곱하면

$A^2 = E - A$ 즉 $A^2 + A = E$

$A^5 + A^4 + A^3 + A^2 + A + E$

$= A^3(A^2 + A) + A(A^2 + A) + A + E$

$= A^3 + 2A + E$

$= (2A - E) + 2A + E$ ($\because A^3 = 2A - E$)

$= 4A$

$= pA + qE$

$\therefore p = 4 \quad q = 0$

$p + q = 4$

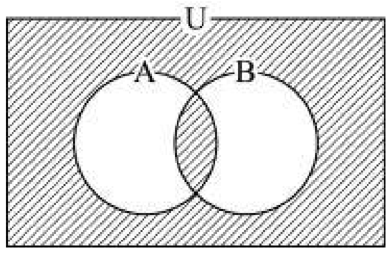
8. [출제의도] 집합의 연산법칙 이해하기

$A◆B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 에서

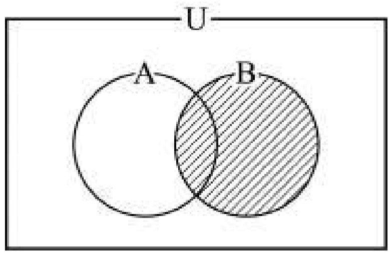
ㄱ. $A◆U = (A \cap U) \cup (A \cup U)^c$

$= A \cup \varnothing = A$ $\therefore$ 참

ㄴ. $(A◆B)$를 벤다이어그램으로 그리면



$(A◆B)◆A$를 벤다이어그램으로 그리면



$\therefore$ 참

ㄷ. $A◆A = U$ 이고

$A◆A◆A = A$

$A◆A◆A◆A = U$

……

짝수개의 A를 연산하면 U

홀수개의 A를 연산하면 A

$\therefore$ 거짓

9. [출제의도] 나머지 정리를 이용하여 나머지 구하기

$f(1) = 1,\ f(-1) = -7$

$R(x) = ax + b$ 라 놓으면

$f(x) = (x+1)(x-1)Q(x) + ax + b$ 에서

$a + b = 1$ --- ①

$-a + b = -7$ --- ②

①, ② 에서 $a = 4,\ b = -3$

$R(x) = 4x - 3$

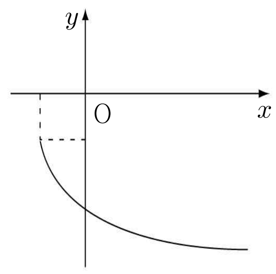
$\therefore R(3) = 9$

10. [출제의도] 무리함수의 그래프 이해하기

$f(x) = ax + b$ 에서 $a < 0,\ b > 0$

$g(x) = cx + d$ 에서 $c > 0,\ d < 0$

따라서 무리함수 $y = a\sqrt{bx + c} + d$ 의 그래프 개형은 아래의 그림과 같다.



11. [출제의도] 자연수의 성질을 이용하여 증명 문제 해결하기

n 의 일의 자리 수를 p 라 하면

$n + p$ 는 짝수이고,

$n - p$ 는 10의 배수이다.

$n^2 - p^2 = (n-p)(n+p)$ 이 20의 배수이고

n^2 의 십의 자리수가 홀수이므로

p^2 의 십의 자리수는 홀수이다.

$0 \le p \le 9$ 이므로

만족하는 p 의 개수는 4와 6으로 2개이다.

n^2 과 p^2 의 일의 자리수가 같으므로

n^2 의 일의 자리수는 6 이다.

12. [출제의도] 행렬의 성질 이해하기

ㄱ. (반례) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$AB = A$ 이지만 $B \ne E$ $\therefore$ 거짓

ㄴ. $AB = A$ 에서 $ABA = A^2$

$AB = A^2$ ($\because BA = B$)

$A = A^2$ ($\because AB = A$)

마찬가지로 $B^2 = B$ $\therefore$ 참

ㄷ. $AA(A^{-1}A^{-1}) = E$ 이므로 역행렬은 존재

$\therefore$ 참

13. [출제의도] 수와 연산을 활용하여 문제해결하기

각 숫자의 자리수와 쉼표(,)와 공백의 칸 수를 더한다.

0부터 9까지는 $3 \times 10 = 30$칸

10부터 99까지는 $4 \times 90 = 360$칸

100부터 221까지는 $5 \times 122 = 610$칸

따라서 1000번째 칸에는 공백이 온다.

14. [출제의도] 이차함수의 성질 이해하기

ㄱ. $x = -q$ 일 때, $f(q) = 0$

$x = -r$ 일 때, $f(r) = 0$ 이므로

$f(-x) = 0$ 의 근은 $x = -q$ 또는 $x = -r$

$\therefore$ 참

ㄴ. $f(x) - 2 = 0$의 두 근은 $p,\ s$ 이다.

$p + s = q + r$ 이므로

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$ $\therefore$ 참

ㄷ. 대칭축을 이용하면 $\frac{p+s}{2} = \frac{q+r}{2}$

$p + s = q + r$ $\therefore$ 참

15. [출제의도] 도형의 성질을 이용하여 증명문제 해결하기

ⅰ) 점 A에서

선분 AP의 연장선과 변 BC 가 만나는 점을 D 라 하자.

사인 법칙에 의하여 다음 식이 성립한다.

$\frac{\overline{BD}}{\sin\alpha} = \frac{\overline{AB}}{\sin\gamma},\ \frac{\overline{DC}}{\sin\beta} = \frac{\overline{CA}}{\sin\delta}$

$\therefore \frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{AB}\sin\alpha\sin\delta}{\overline{CA}\sin\beta\sin\gamma}$

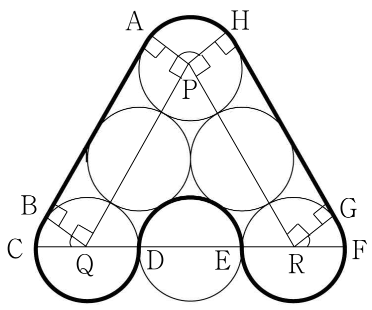
$\sin\delta = \sin(\pi - \gamma) = \sin\gamma$ 이므로

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}}=\frac{\overline{AB}\ \sin\alpha}{\overline{CA}\ \sin\beta}=\frac{\overline{AB}\ \cdot \frac{p}{\overline{AP}}}{\overline{CA}\ \cdot \frac{r}{\overline{AP}}}=1$$

$\overline{BD}=\overline{DC}$
따라서 선분 AD는 $\triangle ABC$ 의 중선이다.
ii) 점 B, C 에서도
위와 같은 방법으로 증명하면,
점 P가 $\triangle ABC$ 의 무게중심임을 알 수 있다.

16. [출제의도] 행렬을 이용하여 매출액 구하기
제 1문구점의 이틀 동안의 매출액
$\begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 250 \\ 150 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2550 \\ 2850 \end{pmatrix}$
제 2문구점의 이틀 동안의 매출액
$\begin{pmatrix} 7 & x(x-2) \\ x & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 300 \\ 100 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2100+100x(x-2) \\ 300x+300 \end{pmatrix}$
$100x(x-2)+300x+2400=5400$
$x^2+x-30=0$
$x=-6$ 또는 $x=5$
따라서 $x=5$ ($\because\ x \geqq 2$)
따라서 제 2문구점의 제 2일 매출액은 1800원

17. [출제의도] 원의 접선의 길이와 호의 길이 구하기



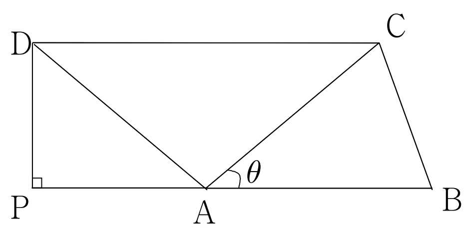
$\overline{AB}=\overline{GH}=4$
$\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EF}=\pi$
$\triangle PQR$은 정삼각형이므로
$\angle BQC=\angle GRF=\frac{\pi}{6}$
$\angle APH=\frac{2}{3}\pi$
그러므로 굵은 선의 길이는 $8+4\pi$

18. [출제의도] 로그의 성질 이해하기
ㄱ. $(a,\,b)\in A$ 이므로 $b=\log_3 a$
양변에 1 을 더하면, $b+1=\log_3 3a$
즉, $(3a,\,b+1)\in A$ $\therefore$ 참
ㄴ. $\left(\frac{a}{3},\,b\right)\in A$ 이므로 $b=\log_3\frac{a}{3}$
$\log_3 a=b+1$
즉, $(a,\,b-1)\not\in A$ $\therefore$ 거짓
ㄷ. $(a,\,b)\in A$, $(c,\,d)\in A$ 이므로
$b=\log_3 a$, $d=\log_3 c$
$b+d=\log_3 ac$
즉, $(ac,\,b+d)\in A$ $\therefore$ 참

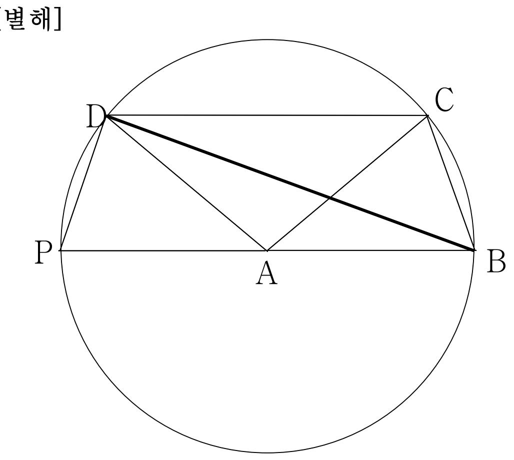
19. [출제의도] 지수를 활용하여 실생활 문제 해결하기
$a=10^{1-0.1}=10^{0.9}$ 에 대하여
35분이 지난 후 혈액 속에 남아있는 약품의 양은
$10^{1-0.7}=10^{0.3}=a^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{a}$

20. [출제의도] 정의된 행렬의 성질 이해하기
ㄱ. $M(a,a)M(b,b)=\begin{pmatrix} a & a \\ a & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b & b \\ b & b \end{pmatrix}$
$=\begin{pmatrix} 2ab & 2ab \\ 2ab & 2ab \end{pmatrix}=M(2ab,2ab)$
$\therefore$ 참
ㄴ. a 와 b 가 서로 소이면
$M(a,b)=\begin{pmatrix} a & 1 \\ ab & b \end{pmatrix}\neq M(b,a)=\begin{pmatrix} b & 1 \\ ab & a \end{pmatrix}$ $\therefore$ 거짓
ㄷ. $a=a_1 g$, $b=b_1 g$ (a_1, b_1은 서로소)
따라서 $ab=gl$ 이므로 $D=ab-gl=0$ $\therefore$ 참

21. [출제의도] 제이코사인 법칙을 이용하여 길이 구하기



$\cos\theta=\frac{3^2+3^2-2^2}{2\times3\times3}=\frac{7}{9}$
$\therefore\ \overline{PA}=\frac{7}{3}$, $\overline{DP}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$
$\overline{BD}^2=\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}\right)^2+\left(\frac{7}{3}+3\right)^2$
$\overline{BD}=4\sqrt{2}$
[별해]



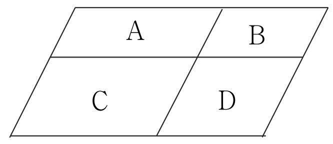
위 그림과 같이 선분 AB의 연장선 위에
$\overline{AB}=\overline{AP}$가 되도록 점 P를 잡으면
사각형 DPBC 는 등변사다리꼴이고,
원에 내접한다.
$\overline{PB}$가 지름이므로
삼각형 DPB는 직각삼각형이다.
따라서 $\overline{BD}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$

22. [출제의도] 행렬의 연산을 이용하여 계산하기
$A+\frac{1}{2}X=3B$에서 $X=2(3B-A)=2\begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 14 & 10 \end{pmatrix}$
그러므로 2행 1열의 성분은 28

23. [출제의도] 연립부등식의 해 구하기
i) $2x-1<-1$ 또는 $2x-1>1$
$\therefore\ x<0$ 또는 $x>1$
ii) $2x^2-11x+5\leqq 0$
$\Leftrightarrow\ (x-5)(2x-1)\leqq 0$
$\therefore\ \frac{1}{2}\leqq x\leqq 5$
i), ii) 에서 $1<x\leqq 5$
그러므로 모든 정수의 합은 $2+3+4+5=14$

24. [출제의도] 지수의 성질을 이용하여 만족하는 자연수 구하기
$x=\left\{\frac{2^{11}(3^4+3^2+1)}{(3^2-1)(3^4+3^2+1)}\right\}^{\frac{1}{2n}}$
$=\left(\frac{2^{11}}{3^2-1}\right)^{\frac{1}{2n}}=2^{\frac{4}{n}}$
양의 정수 n에 대하여 x가 자연수가 되기 위한 n은 1, 2, 4이다.
따라서, $A=\{2,\ 4,\ 16\}$
그러므로 집합 A 의 원소의 합은 22

25. [출제의도] 도형의 성질을 이용하여 지수 계산하기



작은 평행사변형의 넓이 A, B, C, D에 대하여
A : C = B : D가 성립한다.
따라서 $3^5\times2^a\times2^5\times3^b=4^a\times9^b$
$3^5\times2^a\times2^5\times3^b=2^a\times2^a\times3^b\times3^b$
$2^5\times3^5=2^a\times3^b$
따라서 $a=5$, $b=5$
그러므로 $a+b=10$

26. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수 이해하기
$x=\log 2006+\log 200.6-k\log 20.06$ 에 대하여
$[x]=x$ 이므로 $\alpha=\log 2.006$라 할 때,
$\log 2006+\log 200.6-k\log 20.06$
$=(3+\alpha)+(2+\alpha)-k(1+\alpha)$
$=(5-k)+(2-k)\alpha$ $\quad(0<\alpha<1)$
이므로 x 가 정수가 되려면 $2-k=0$
그러므로 $k=2$

27. [출제의도] 분수함수의 성질 이해하기
점 $A\left(p,\ \frac{1}{p}\right)$ 라 하면 점 $B\left(kp,\ \frac{1}{p}\right)$, 점 $C\left(p,\ \frac{k}{p}\right)$ 이다.
$\overline{AB}=|kp-p|=|(k-1)p|$
$\overline{AC}=\left|\frac{k}{p}-\frac{1}{p}\right|=\left|\frac{k-1}{p}\right|$
여기에서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 50이므로
$50=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times|(k-1)p|\times\left|\frac{k-1}{p}\right|$
$100=|k-1|^2$ $\quad k=11$ 또는 $k=-9$
그러므로 $k=11$ ($\because\ k>0$)

28. [출제의도] 행렬의 성질을 이용하여 만족하는 순서쌍의 개수 구하기
행렬$M=\begin{pmatrix} m & 2 \\ 2^{200} & n \end{pmatrix}$이 역행렬을 갖지 않으려면
$D=mn-2^{201}=0$이므로
$mn=2^{201}$ (m , n 은 양의 정수)
$m<n$인 순서쌍 (m,n)을 나타내면
$(2^0,2^{201})$, $(2^1,2^{200})$, $(2^2,2^{199})$, $(2^3,2^{198})$, $\cdots$, $(2^{100},2^{101})$으로 101개이다.

29. [출제의도] 실생활에서 도형의 길이 구하기
$\overline{OP}=a$ 라 하면
어두운 부분의 넓이 S 는
$S=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\pi\times(70^2-a^2)=1500\pi$
$a=20$ 이므로
$\therefore\ \overline{PQ}=50$

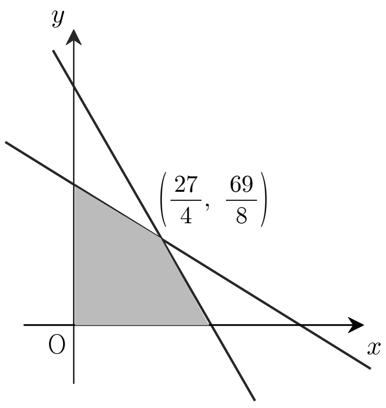
$\overline{\mathrm{PC}}:\overline{\mathrm{CQ}}=3:2$ 이므로

$\overline{\mathrm{PC}}=30$

따라서 $\overline{\mathrm{OC}}=50$

30. [출제의도] 부등식 영역에서 최대·최소를 이용하여 문제해결하기

놀이기구 A, B를 각각 x, y번 탔다고 할 때,
연립부등식 $5x+10y \leqq 120$,
$1200x+800y \leqq 15000$을 동시에 만족시키는
x,y 영역을 그리면



이 중 x, y가 자연수이므로
주어진 조건에서 횟수를 최대인 것은
$(7, 8)$, $(6, 9)$ 이다.
따라서 횟수의 최대값은 15이다.