

수리 영역 (가형)

제 2 교시

성명	
----	--

수험번호						2			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

1

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 답안지에 성명과 수험번호를 써 넣고, 또 수험번호, 문제유형, 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\log_2 \frac{4}{3} + \log_2 6$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② 0 ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

2. $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ 일 때, $z^{2006} + \frac{1}{z^{2006}}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① $-2i$ ② $-i$ ③ 0
 ④ i ⑤ $2i$

3. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $(AB)^{-1}$ 는?
 (단, X^{-1} 는 X 의 역행렬) [2점]

- ① $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
 ③ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
 ⑤ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

4. 다음 수들의 평균은? [3점]

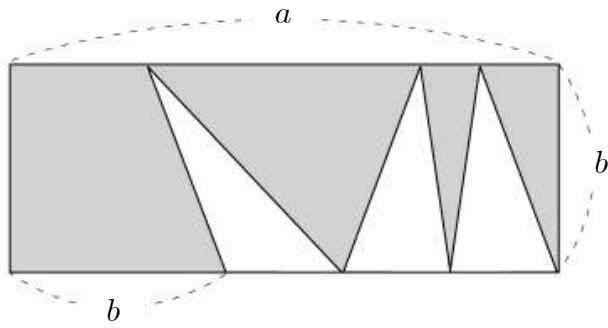
log 1	log 2	log 4	log 8	log 16	log 32
-------	-------	-------	-------	--------	--------

- ① $\sqrt{2} \log 2$ ② $\frac{3}{2} \log 2$
 ③ $2 \log 2$ ④ $\frac{5}{2} \log 2$
 ⑤ $3 \log 2$

5. 세 수 $A=2^{100}$, $B=3^{70}$, $C=5^{40}$ 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? [3점]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$
- ③ $B < C < A$ ④ $C < A < B$
- ⑤ $C < B < A$

6. 두 변의 길이가 각각 a, b 인 그림과 같은 직사각형에서 어두운 부분의 넓이는? [3점]



- ① $\frac{1}{3}b(a+b)$ ② $\frac{1}{2}b(a+b)$
- ③ $\frac{1}{3}b(a-b)$ ④ $\frac{1}{2}b(a-b)$
- ⑤ $\frac{2}{3}b(a-b)$

7. 이차정사각행렬 A 에 대하여 $A=A^{-1}-E$ 가 성립할 때, $A^5+A^4+A^3+A^2+A+E=pA+qE$ 를 만족하는 두 실수 p, q 의 합 $p+q$ 는? (단, E 는 단위행렬, A^{-1} 는 A 의 역행렬) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

8. 전체집합 U 의 임의의 두 부분집합 X, Y 에 대하여 연산 \blacklozenge 를 $X\blacklozenge Y=(X\cap Y)\cup(X\cup Y)^c$ 으로 정의하자. U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 항상 성립하는 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, ϕ 는 공집합, A^c 은 A 의 여집합) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A\blacklozenge U=A$

ㄴ. $(A\blacklozenge B)\blacklozenge A=B$

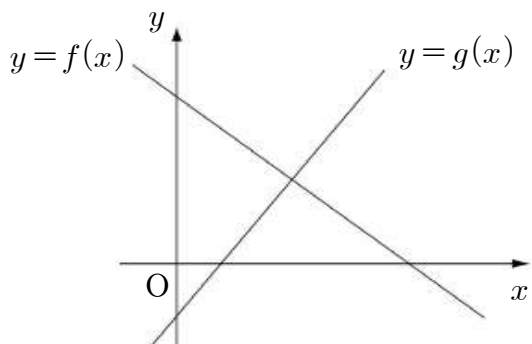
ㄷ. $A\blacklozenge A\blacklozenge A\blacklozenge \dots \blacklozenge A=\phi$
A가 50개

- ① ㄱ ② ㄴ
- ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 다항식 $f(x)$ 에 대하여 $(x+2)f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 3 이고, $(2x-3)f(2x-5)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지가 -7 이다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x-1)$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

10. 두 일차함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = cx + d$ 의 그래프의 개형이 그림과 같을 때, 무리함수 $y = a\sqrt{bx+c} + d$ 의 그래프의 개형은? [3점]



- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

11. 다음은 어떤 자연수 n 에 대하여 n^2 의 십의 자리수가 홀수이면 n^2 의 일의 자리수는 항상 일정한 수임을 증명한 것이다.

n 의 일의 자리 수를 p 라 하면
 $n+p$ 는 짝수이고, $n-p$ 는 10의 배수이다.
 $n^2 - p^2 = (n-p)(n+p)$ 이 20의 배수이고
 n^2 의 십의 자리수가 홀수이므로
 p^2 의 십의 자리수는 홀수이다.
 $0 \leq p \leq 9$ 이므로
 만족하는 p 의 값은 (가), (나) 이다.
 n^2 과 p^2 의 일의 자리수가 같으므로
 n^2 의 일의 자리수는 항상 (다) 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 수들의 합은? [4점]

- ① 11 ② 13 ③ 16
- ④ 19 ⑤ 22

12. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, O 는 영행렬, E 는 단위행렬) [4점]

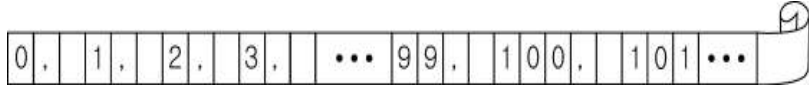
<보 기>

ㄱ. $A \neq O, AB = A$ 이면 $B = E$ 이다.
 ㄴ. $AB = A, BA = B$ 이면 $A^2 = A, B^2 = B$ 이다.
 ㄷ. A 의 역행렬이 존재하면 A^2 의 역행렬도 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 그림은 종이 테이프에 아래와 같은 규칙에 따라 수를 써 나간 것이다.

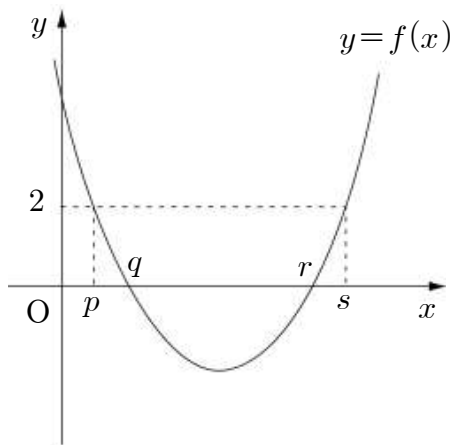
- (가) 첫 번째 칸에 0 을 시작으로 1 씩 더한 수를 써 나간다.
- (나) 각 자리의 숫자를 한 칸에 하나씩 써 나간다.
- (다) 수 다음에는 쉼표(,) 한 칸과 그 다음에 공백 한 칸을 둔다.



이 때, 1000 번째 칸에 해당하는 것은? [4점]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

14. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

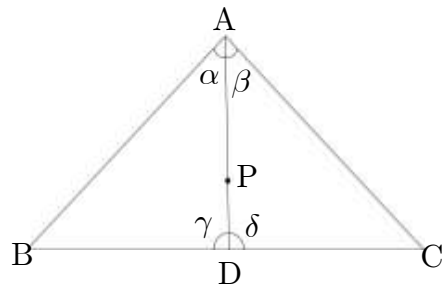


- <보 기>
- ㄱ. 방정식 $f(-x) = 0$ 의 근은 $x = -q$ 또는 $x = -r$ 이다.
 - ㄴ. 방정식 $f(x) - 2 = 0$ 의 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$ 이다.
 - ㄷ. $p + s = q + r$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 세 변의 길이가 모두 다른 $\triangle ABC$ 의 내부의 점 P 에서 변 AB, BC, CA 까지의 거리를 각각 p, q, r 이라 하자.

다음은 $p\overline{AB} = q\overline{BC} = r\overline{CA}$ 이면 점 P 가 $\triangle ABC$ 의 (가) 임을 증명한 것이다.



i) 점 A 에서 선분 AP 의 연장선과 변 BC 가 만나는 점을 D 라 하자. 사인 법칙에 의하여 다음 식이 성립한다.

$$\frac{\overline{BD}}{\sin\alpha} = \frac{\overline{AB}}{\sin\gamma}$$

$$\frac{\overline{DC}}{\sin\beta} = \frac{\overline{CA}}{\sin\delta}$$

따라서

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{AB} \sin\alpha}{\overline{CA} \sin\beta} = \text{(나)}$$

따라서 선분 AD 는 $\triangle ABC$ 의 (다) 이다.

ii) 점 B, C 에서도 위와 같은 방법으로 증명하면, 점 P가 $\triangle ABC$ 의 (가) 임을 알 수 있다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
① 내심		1	각의 이등분선
② 수심		2	수선
③ 수심	1		수선
④ 무게중심	2		중선
⑤ 무게중심	1		중선

16. 제1 문구점의 공책과 연필의 판매단가는 각각 250 원, 150 원 이고, 제2 문구점의 공책과 연필의 판매단가는 각각 300 원, 100 원이다. 다음 표는 두 문구점의 공책과 연필에 대한 이틀 동안의 판매실적을 나타낸 것이다.

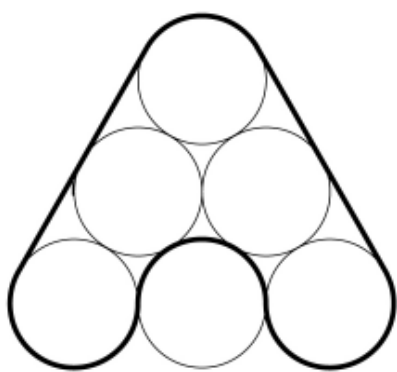
<표1> 제1 문구점의 판매실적 <표2> 제2 문구점의 판매실적

종류 판매일	종류		종류 판매일	종류	
	공책(권)	연필(자루)		공책(권)	연필(자루)
제1일	6	7	제1일	7	$x(x-2)$
제2일	9	4	제2일	x	3

<표1>과 <표2>의 자료로 두 문구점의 매출액을 행렬을 이용하여 비교하려고 한다. 제1 문구점과 제2 문구점의 이틀 동안의 매출액이 서로 같게 되는 x 에 대하여 제2 문구점의 제2일의 매출액은? [4점]

- ① 1200원 ② 1800원 ③ 2400원
- ④ 3000원 ⑤ 3600원

17. 반지름의 길이가 1인 원 6개가 그림과 같이 서로 접할 때, 굵은 선의 길이는? [3점]



- ① $8 + \frac{10}{3}\pi$ ② $6 + \frac{10}{3}\pi$
- ③ $8 + 4\pi$ ④ $6 + \frac{14}{3}\pi$
- ⑤ $8 + \frac{14}{3}\pi$

18. 집합 $A = \{(x, y) \mid y = \log_3 x, x \text{는 양수}\}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. $(a, b) \in A$ 이면 $(3a, b+1) \in A$ 이다.

ㄴ. $(\frac{a}{3}, b) \in A$ 이면 $(a, b-1) \in A$ 이다.

ㄷ. $(a, b) \in A, (c, d) \in A$ 이면 $(ac, b+d) \in A$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 어느 제약회사에서 새로운 약품을 개발한 후 약품에 대한 지속효과를 알아보기 위하여 흰 쥐를 대상으로 실험을 하였다. 그 결과 약품을 투여하고 경과한 시간 T 분과 혈액 속에 남아있는 약품의 양 Q 사이에 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$Q = 10^{1-0.02T}$$

약품을 투여하고 5분이 경과한 후 혈액 속에 남아있는 약품의 양을 a 라 할 때, 약품을 투여하고 35분이 경과한 후 혈액 속에 남아있는 약품의 양을 a 로 나타낸 것은? [3점]

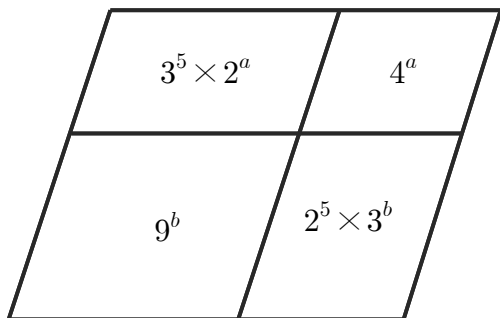
- ① $\sqrt[3]{a}$ ② \sqrt{a} ③ a
- ④ a^{-3} ⑤ a^{-2}

24. 집합

$$A = \left\{ x \mid x = \sqrt[2n]{\frac{2^{11}(3^4 + 3^2 + 1)}{3^6 - 1}}, n \text{ 과 } x \text{ 는 양의 정수} \right\}$$

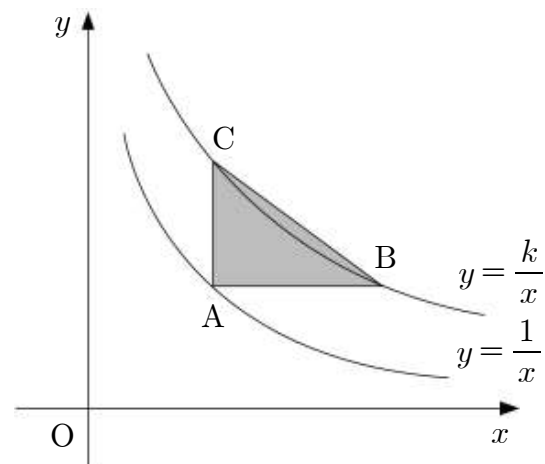
모든 원소들의 합을 구하시오. [4점]

25. 평행사변형을 그림과 같이 네 개의 작은 평행사변형으로 나누었더니 넓이가 각각 $3^5 \times 2^a$, 4^a , 9^b , $2^5 \times 3^b$ 이 되었다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 자연수) [4점]



26. $x = \log 2006 + \log 200.6 - k \log 20.06$ 일 때, $[x] = x$ 를 만족하는 정수 k 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수) [3점]

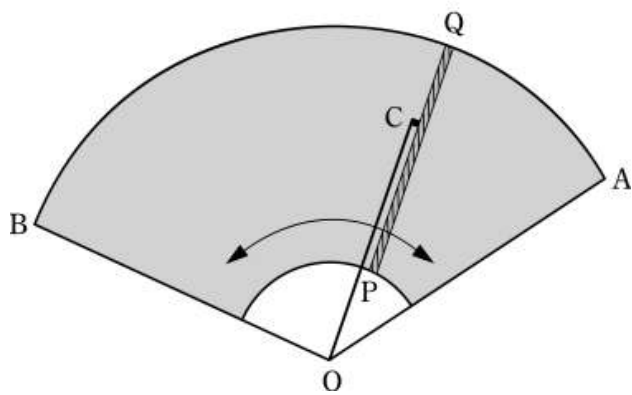
27. 그림과 같이 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 제 1 사분면 위의 점 A 에서 x 축과 y 축에 평행한 직선을 그어 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 와 만나는 점을 각각 B, C 라 하자. $\triangle ABC$ 의 넓이가 50 일 때, k 의 값을 구하시오. [4점]



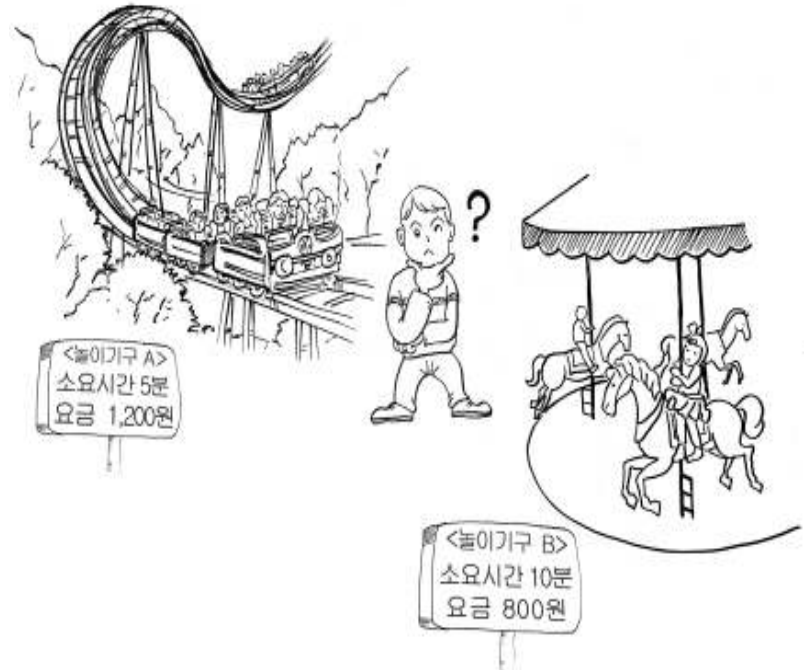
28. 양의 정수 m, n ($m < n$)에 대하여

행렬 $M = \begin{pmatrix} m & 2 \\ 2^{200} & n \end{pmatrix}$ 이 역행렬을 갖지 않도록 하는 m, n 의 값을 정할 때, 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오. [3점]

29. 그림은 승용차의 와이퍼(wiper)가 부채꼴 모양으로 움직이며 유리창을 닦는 모습이다. 와이퍼의 암(arm) OC의 한쪽 끝 C가 와이퍼의 블레이드(blade) PQ를 3:2로 내분하는 점과 연결되어 있다. 선분 OA의 길이는 70이고 와이퍼가 움직이는 각은 120° 이다. 와이퍼의 블레이드가 닦은 부분의 넓이가 1500π 일 때, 와이퍼의 암 OC의 길이를 구하시오. [3점]



30. 놀이공원에서 두 종류의 놀이기구 A와 B를 타려고 하는데 두 놀이기구 A, B의 1회 소요시간은 각각 5분, 10분이고, 요금은 각각 1,200원, 800원이라 한다. 철수가 자유시간 2시간 동안 15,000원으로 놀이기구를 탈 수 있는 횟수의 최대값을 구하시오. (단, 이동시간과 기다리는 시간은 고려하지 않는다.) [4점]



● 확인 사항
문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.