2006학년도 전국연합학력평가
1~4교시 정답 및 해설 (2학년)

• 2교시 수리 영역 •

[가　형]

1	⑤	2	②	3	④	4	⑤	5	③
6	①	7	②	8	④	9	③	10	②
11	③	12	①	13	⑤	14	①	15	③
16	①	17	④	18	②	19	④	20	⑤
21	④	22	27	23	40	24	14	25	8
26	4	27	715	28	3	29	126	30	240

1. [출제의도] 로그의 성질을 이해하기

[해설] $3^{\log_3 5}+\log_2 32=5+\log_2 2^5=5+5=10$

2. [출제의도] 지수부등식을 풀기

[해설] $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x-2} \geqq \left(\frac{1}{3}\right)^{2(x+2)}$ 이므로

$3x-2\leqq 2x+4$를 풀면 $x\leqq 6$

$\therefore$ $x\leqq 6$을 만족하는 자연수는 모두 6개

3. [출제의도] 지수의 법칙과 로그의 성질을 이해하기

[해설] $4◉2=4^2\cdot 2^4=2^8$이므로

$(4◉2)◈\frac{1}{2}=2^8◈\frac{1}{2}=\log_2\left(2^8\cdot\frac{1}{2}\right)=\log_2 2^7=7$

4. [출제의도] 지표와 가수의 성질을 이해하기

[해설] $\log_{10}30=\log_{10}(10\times 3)=1+\log_{10}3$

$\therefore\ \alpha=\log_{10}3$

따라서 $10^{\alpha}+10^{-\alpha}=10^{\log_{10}3}+10^{-\log_{10}3}=3+\frac{1}{3}$

$=\frac{10}{3}$

5. [출제의도] 거듭제곱근의 성질을 이해하기

[해설] ㄱ. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a}}=\frac{\sqrt[4]{a^2}}{\sqrt[4]{a}}=\sqrt[4]{a}$ (참)

ㄴ. $(\sqrt[3]{a})^4=\sqrt[3]{a^4}\neq\sqrt[12]{a}$ (거짓)

ㄷ. $\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}}=\sqrt[3]{\sqrt{a^5}}=\sqrt[6]{a^5}$ (참)

6. [출제의도] 상용로그의 뜻을 알고 이를 활용하기

[해설] $a_n=S_n-S_{n-1}=5^n-5^{n-1}$

$=4\cdot 5^{n-1}(n\geqq 2)$이므로 $a_{21}=4\cdot 5^{20}$

$\log_{10}(4\cdot 5^{20})=\log_{10}4+\log_{10}5^{20}=20-18\log_{10}2$

$=20-18\times 0.3010=14.5820$

$\therefore$ 15자리 정수

7. [출제의도] 여러 가지 수열에 관한 문제 해결하기

[해설] $\sum_{k=1}^{11}a_k=a_1+a_2+\cdots+a_{11}$

$=a_1+a_1+(a_1+a_2)+(a_1+a_2+a_3)+\cdots$
$+(a_1+a_2+\cdots+a_{10})$

$=2+2+2^2+2^3+\cdots+2^{10}$

$=2+\frac{2(2^{10}-1)}{2-1}=2^{11}$

8. [출제의도] 행렬의 성질을 이해하기

[해설] ㄱ. 반례) $A=\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&1\\0&0\end{pmatrix}$이라 하면

$AB=O$이지만 $A\neq O$ 이고 $B\neq O$ (거짓)

ㄴ. $(E-A)(E+A)=E-A^2=E$ (참)

ㄷ. $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$이면

$AB+BA=2AB$이므로 $AB=BA$ (참)

9. [출제의도] 행렬의 곱셈을 이해하기

[해설] $PQ=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e&f\\g&h\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}ae+bg&af+bh\\ce+dg&cf+dh\end{pmatrix}$

$\therefore$ PQ의 $(1,2)$성분은 $af+bh$이므로 A반 학생들의 발명반과 요리반의 재료비의 총합이다.

10. [출제의도] 지표와 가수의 성질을 이해하여 문제 해결하기

[해설] Ⅰ에서 $2\leqq\log_{10}a<3$ 이고

Ⅱ에서 $-1\leqq\log_{10}b<0$ 이므로

$1\leqq\log_{10}a+\log_{10}b<3$ 이다. 따라서

$1\leqq\log_{10}ab<3$ 에서

$\therefore\ 10\leqq ab<10^3$

11. [출제의도] 수열의 극한에 대한 성질을 이해하기

[해설] ㄱ. $\lim_{n\to\infty}a_n=\infty$, $\lim_{n\to\infty}b_n=\alpha$(일정)이면

$\lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n}=0$ (참)

ㄴ. $\lim_{n\to\infty}b_n=\lim_{n\to\infty}\{a_n-(a_n-b_n)\}$

$=\lim_{n\to\infty}a_n-\lim_{n\to\infty}(a_n-b_n)=\lim_{n\to\infty}a_n=\beta$ (참)

ㄷ. 반례) $a_n=n-\frac{1}{n}$, $b_n=n+\frac{1}{n}$, $c_n=n$이면,

$\lim_{n\to\infty}(b_n-a_n)=\lim_{n\to\infty}\frac{2}{n}=0$이지만

$\lim_{n\to\infty}c_n=\infty$ (거짓)

12. [출제의도] 로그의 성질을 이해하기

[해설] 100의 모든 양의 약수의 집합은

$\{1,2,2^2,5,2\times 5,2^2\times 5,5^2,2\times 5^2,2^2\times 5^2\}$이다.

$\log_{10}a_1+\log_{10}a_2+\cdots+\log_{10}a_9$

$=\log_{10}(a_1\times a_2\times\cdots\times a_9)=\log_{10}10^9=9$

13. [출제의도] 수학적귀납법을 이용하여 자연수 n에 관한 참인 명제를 증명하기

[해설]

(ⅰ) $n=1$일 때,

2^3+1은 3^2으로 나누어떨어지므로 ㉠이 성립한다.

(ⅱ) $n=k$일 때, ㉠이 성립한다고 가정하면

$n=k+1$일 때,

$\left(2^{3^k}\right)^3+1=\left(2^{3^k}+1\right)\left\{\left(2^{3^k}\right)^2-2^{3^k}+1\right\}$에서

2^{3^k}은 3으로 나누면 나머지가 2이고

$\left(2^{3^k}\right)^2-2^{3^k}+1$을 3으로 나누면 나머지는 0이므로

$2^{3^{k+1}}+1$은 3^{k+2}으로 나누어떨어진다.

따라서, $n=k+1$일 때에도 ㉠이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

㉠이 성립한다.

$\therefore$ (가) $2^{3^k}+1$ (나) 2 (다) 0

14. [출제의도] 로그함수의 그래프를 이용하여 문제 해결하기

[해설] $\overline{\mathrm{AB}}=3$에서

$-\log_2 k_1-\frac{1}{2}\log_2 k_1=3$이므로 $k_1=\frac{1}{4}$

$\overline{\mathrm{CD}}=3$에서

$\frac{1}{2}\log_2 k_2+\log_2 k_2=3$이므로 $k_2=4$

이 때, 사각형 ABCD는 평행사변형이므로

넓이는 $3\times\frac{15}{4}=\frac{45}{4}$

15. [출제의도] 역행렬의 뜻을 알고 문제 해결하기

[해설] 모든 실수 x에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix}x-a&2x-1\\x-1&x\end{pmatrix}$가 역행렬을 가지려면 $x(x-a)-(2x-1)(x-1)\neq 0$이어야 한다. 즉, 모든 실수 x에 대하여

$x^2+(a-3)x+1\neq 0$이려면 판별식 D가

$D=(a-3)^2-4<0$를 만족하여야 한다.

따라서 $(a-1)(a-5)<0$ 에서

$\therefore\ 1<a<5$

16. [출제의도] 무한등비급수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결하기

[해설] $\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\overline{\mathrm{BC}}=1$이므로 $\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{5}$이고,

$\triangle\mathrm{ACB}\backsim\triangle\mathrm{ABP_1}$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{AP_1}}=\overline{\mathrm{AC}}:\overline{\mathrm{AB}}$

$2:\overline{\mathrm{AP_1}}=\sqrt{5}:2$ $\quad\therefore\ \overline{\mathrm{AP_1}}=\frac{4}{\sqrt{5}}$

따라서 $\triangle\mathrm{ACB}$와 $\triangle\mathrm{ABP_1}$의 닮음비는 $1:\frac{2}{\sqrt{5}}$이므로 넓이의 비는 $1:\frac{4}{5}$이다.

같은 방법으로 $\triangle\mathrm{AP}_{n-1}\mathrm{P}_n\backsim\triangle\mathrm{AP}_n\mathrm{P}_{n+1}$이므로

$\triangle\mathrm{AP}_{n-1}\mathrm{P}_n$과 $\triangle\mathrm{AP}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 넓이의 비는 $1:\frac{4}{5}$이다.

$\therefore S_1=\frac{4}{5}\times(\triangle\mathrm{ABC}$의 넓이$)=\frac{4}{5}$

$S_2=\frac{4}{5}S_1=\left(\frac{4}{5}\right)^2$

$S_3=\frac{4}{5}S_2=\left(\frac{4}{5}\right)^3$

$\vdots$

$\sum_{n=1}^{\infty}S_n=\frac{\frac{4}{5}}{1-\frac{4}{5}}=4$

17. [출제의도] 여러 가지 수열의 합을 구하기

[해설] m행 n열에 있는 수는 항상 $20(m-1)+n$의 꼴로 나타낼 수 있다.

이 때, 각각의 행 또는 열에 중복되거나 빠지지 않게 각 행마다 하나의 수를 택하면 $m-1$과 n은 1, 2, 3, ⋯ , 20의 값들을 중복되지 않게 모두 한 번씩 취하게 된다.

따라서 선택된 20개의 수들의 합은

$\sum_{m=1}^{20}20(m-1)+\sum_{n=1}^{20}n$

$=\sum_{m=1}^{20}20m+\sum_{n=1}^{20}n-400$

$=20\times\frac{20\times 21}{2}+\frac{20\times 21}{2}-400$

$=4010$

18. [출제의도] 로그방정식을 풀기

[해설] $\log_2 x+8\log_x\sqrt{2}=\log_2 x+\frac{4}{\log_2 x}=5$에서

$\log_2 x=t$로 놓으면 $t^2-5t+4=0$

$\therefore t=1$ 또는 $t=4$

$\log_2 x=1$ 또는 $\log_2 x=4$이므로

$x=2$ 또는 $x=16$

따라서 모든 실근의 곱은 32

19. [출제의도] 행렬의 성질을 이용하여 행렬의 거듭제곱을 구하기

[해설] $A^{n+2}-3A^{n+1}+2A^n=O$에서

$A^{n+2}-A^{n+1}=2(A^{n+1}-A^n)$이다. 또한

$n=1$일 때, $A^3-3A^2+2A=O$의 양변에 A^{-1}를 곱하면 $A^2-A=2(A-E)$이므로

$A^{n+1}-A^n=2^n(A-E)$ ⋯ ㉠

이때, ㉠의 n대신에 1, 2, 3, ⋯ , $m-1$을 차례대로 대입하면

$A^2-A=2(A-E)$

$A^3-A^2=2^2(A-E)$

$\vdots$

$$A^m - A^{m-1} = 2^{m-1}(A-E)$$

이다.

위 식들의 좌변과 우변을 변변 더하면

$$A^m - A = (2^m-2)(A-E)$$

따라서 $A^m = (2^m-1)A-(2^m-2)E$

∴ (가) 2^n (나) 2^m-2 (다) 2^m-1

20. [출제의도] 순열의 뜻을 이해하고 순열의 수를 구하기

[해설] 5명의 학생이 음료수를 1개씩 마실 수 있는 경우의 수는 다음과 같다.

ⅰ) A, A, A, B, B인 경우 : $\dfrac{5!}{3!2!} = 10$(가지)

ⅱ) A, A, A, B, C인 경우 : $\dfrac{5!}{3!} = 20$(가지)

ⅲ) A, A, B, B, C인 경우 : $\dfrac{5!}{2!2!} = 30$(가지)

$\therefore 10+20+30 = 60$(가지)

21. [출제의도] 등차수열을 이용하여 문제 해결하기

[해설] 세 개의 항 a_3, b_2, c_{12}가 일렬로 놓여 있을 때 a_3, b_2, c_{12}를 기준으로 시계방향 순서대로 수열$\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$을 배열하면 아래 표와 같다.

a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_1	a_2
b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_1
c_{12}	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	c_{11}
d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}

각 열의 합을 차례로 $d_1, d_2, \cdots, d_{12}$라 할 때, d_2부터 d_{10}까지는 첫째항이 47이고 공차가 3인 등차수열이므로 최소값은 $d_2 = 47$이다.

또한, d_1, d_{11}, d_{12}는 등차수열이 아니므로 d_1, d_{11}, d_{12}의 값을 구하면 $d_1 = 20$, $d_{11} = 50$, $d_{12} = 17$이다.

따라서, 일렬로 놓인 세 개의 항 a_i, b_j, c_k의 합 $a_i + b_j + c_k$의 최소값은 17

22. [출제의도] 지수함수와 로그함수의 뜻을 알기

[해설] $g(9) = \dfrac{3}{2}\log_3 9 = 3$이므로

$f(g(9)) = f(3) = 3^3 = 27$

23. [출제의도] 두 행렬이 서로 같을 조건을 이해하여 식의 값을 구하기

[해설] 주어진 조건에 의하여 $x+y=4$, $xy=2$이므로

$x^3+y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$

$= 4^3 - 3\times2\times4 = 40$

24. [출제의도] 무한수열의 극한의 뜻을 이해하여 문제 해결하기

[해설] $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{an^2+bn+5}{\sqrt{4n^2-1}}$가 수렴하므로 $a=0$,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{b+\frac{5}{n}}{\sqrt{4-\frac{1}{n^2}}} = \frac{b}{2} = 7\text{이므로 } b = 14$$

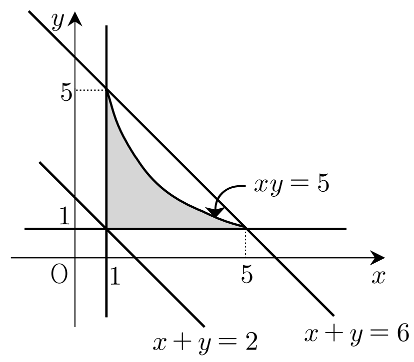
$\therefore a+b = 14$

25. [출제의도] 로그부등식을 이용하여 문제 해결하기

[해설] $\log_5 x + \log_5 y \leqq 1$에서 $xy \leqq 5$ ⋯ ㉠이고

$x \geqq 1$, $y \geqq 1$ ⋯ ㉡이므로

㉠, ㉡을 동시에 만족하는 점 (x, y)의 영역은 아래 그림과 같다.



이 때, $x+y=k$ ⋯ ㉢이라 놓으면, ㉢이 점 $(1, 5)$와 $(5, 1)$을 지날 때 k의 값이 최대가 되므로

$M = 1+5 = 6$

㉢이 점 $(1, 1)$을 지날 때 k의 값이 최소가 되므로

$m = 1+1 = 2$

따라서 $M+m = 8$

26. [출제의도] 지수방정식을 풀기

[해설] $2(2^x)^2 - 17\cdot2^x + 32 = 0$ ⋯ ㉠에서

$2^x = t\,(t>0)$라 놓으면 $2t^2 - 17t + 32 = 0$ ⋯ ㉡

이 때, ㉡의 판별식 D가 $D>0$이고 두 근이 모두 양수이므로 ㉠을 만족시키는 실근은 두 개이다. 이 때, ㉠의 두 실근을 각각 α, β라 하면, ㉡의 두 실근은 $2^\alpha, 2^\beta$이다. 따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$2^\alpha\cdot2^\beta = 2^{\alpha+\beta} = 16$이다.

$\therefore \alpha+\beta = 4$

27. [출제의도] 이항정리를 이해하고 여러 가지 문제를 해결하기

[해설] $(1+x)^3$에서 x^3의 계수는 ${}_3\mathrm{C}_3$

$(1+x)^4$에서 x^3의 계수는 ${}_4\mathrm{C}_3$

⋮

$(1+x)^{12}$에서 x^3의 계수는 ${}_{12}\mathrm{C}_3$이므로

x^3의 계수는

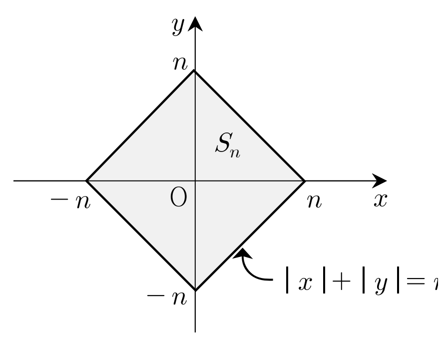
${}_3\mathrm{C}_3 + {}_4\mathrm{C}_3 + \cdots + {}_{12}\mathrm{C}_3$

$= \dfrac{3\times2\times1}{6} + \dfrac{4\times3\times2}{6} + \cdots + \dfrac{12\times11\times10}{6}$

$= \dfrac{1}{6}\displaystyle\sum_{k=1}^{10} k(k+1)(k+2) = 715$

28. [출제의도] 무한급수의 합을 구하기

[해설] 좌표평면에서 $|x|+|y|=n$의 그래프는 아래 그림과 같으므로



$S_n = \left\{\dfrac{1}{2}\times(2n)\times n\right\}\times2 = 2n^2$이다.

따라서 $a_n = S_n - S_{n-1}$

$= 2n^2 - 2(n-1)^2 = 4n-2\,(n\geqq2)$이고

$S_1 = a_1 = 2$이므로 $a_n = 4n-2\,(n\geqq1)$

$\therefore \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{24}{a_na_{n+1}} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{24}{(4n-2)(4n+2)}$

$= \displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}6\left(\frac{1}{4k-2} - \frac{1}{4k+2}\right)$

$= \displaystyle\lim_{n\to\infty}6\left\{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{10}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{4n-2}-\frac{1}{4n+2}\right)\right\}$

$= \displaystyle\lim_{n\to\infty}6\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4n+2}\right) = 3$

29. [출제의도] 조합의 뜻을 알고 조합의 수를 구하기

[해설] 집합 S의 개수는

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19의 9개의 수 중에서 4개의 수를 택하는 조합의 수와 같으므로 $\therefore {}_9\mathrm{C}_4 = 126$

30. [출제의도] 곱의 법칙을 이해하고 이를 이용하여 경우의 수를 구하기

[해설] 올라가는 경우의 수는 $5\times4 = 20$가지, 내려오는 경우의 수는 $3\times4 = 12$가지이므로

곱의 법칙에 의해서 $20\times12 = 240$가지이다.

[나 형]

1	⑤	**2**	③	**3**	④	**4**	⑤	**5**	③
6	①	**7**	②	**8**	④	**9**	③	**10**	②
11	②	**12**	①	**13**	⑤	**14**	⑤	**15**	③
16	①	**17**	④	**18**	④	**19**	①	**20**	①
21	④	**22**	7	**23**	40	**24**	160	**25**	4
26	20	**27**	1	**28**	200	**29**	10	**30**	45

1. 수리가형 1번과 같음

2. [출제의도] 지수법칙을 이해하고 이를 이용하여 문제 해결하기

[해설] $9^{\frac{1}{n}} = 3^{\frac{2}{n}}$이므로 $3^{\frac{2}{n}}$이 자연수가 되려면 n은 2의 양의 약수이어야 한다.

$\therefore n = 1, 2$이므로 합은 3

3. 수리가형 3번과 같음

4. 수리가형 4번과 같음

5. 수리가형 5번과 같음

6. 수리가형 6번과 같음

7. 수리가형 7번과 같음

8. 수리가형 8번과 같음

9. 수리가형 9번과 같음

10. 수리가형 10번과 같음

11.[출제의도] 로그의 성질을 이해하여 문제 해결하기

[해설] $\log_5 12 = \dfrac{\log_{10}12}{\log_{10}5} = \dfrac{2\log_{10}2 + \log_{10}3}{1-\log_{10}2}$이고

$\log_{10}2 = a$, $\log_{10}3 = b$이므로 $\log_5 12 = \dfrac{2a+b}{1-a}$

12. 수리가형 12번과 같음

13. 수리가형 13번과 같음

14. [출제의도] 역행렬의 뜻을 알고 행렬의 합을 구하기

[해설] $ABA^{-1} = A$에서 $B = A^{-1}AA = A$이므로

$A+B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$

15. 수리가형 15번과 같음

16. [출제의도] 등비수열의 뜻을 알고 문제 해결하기

[해설] $a_n = 3\cdot9^{n-1} = 3^{2n-1}$이므로

$3^{2n-1} = 3^{b_n}$에서 $b_n = 2n-1$이다. $\therefore b_{10} = 19$

17. 수리가형 17번과 같음

18. [출제의도] 등차수열의 뜻을 알고 문제 해결하기

[해설] 직각삼각형의 세 변의 길이를 $a, a+d, a+2d$라 놓으면 $a > d > 0$ 이고

$(a+2d)^2 = a^2 + (a+d)^2$에서 $a = 3d\,(\because a>0)$

따라서 직각삼각형의 세 변의 길이는 $3d, 4d, 5d$이다.

이 때, $12d = 132$이므로 $d = 11$이다.

∴ 직각삼각형의 빗변의 길이는 55

19. [출제의도] 상용로그의 뜻을 알고 이를 활용하기

[해설] (원 O_1의 반지름의 길이)$=1+0.01=1.01$

(원 O_2의 반지름의 길이)

$=1.01+(1.01\times0.01)=(1.01)^2$

$\vdots$

(원 O_n의 반지름의 길이)$=(1.01)^n$이므로

$(1.01)^n=2$에서 양변에 상용로그를 취하면

$n\log_{10}1.01=\log_{10}2$

$n=\dfrac{\log_{10}2}{\log_{10}1.01}=\dfrac{0.3010}{0.0043}=70$

20. [출제의도] 수열의 귀납적 정의를 이용하여 문제 해결하기

[해설] $a_1=2$, $a_{n+1}=3a_n+2$에서

$(a_{n+1}+1)=3(a_n+1)$이므로

$b_n=a_n+1$이라 하자.

$b_{n+1}=3b_n$, $b_1=a_1+1=3$이므로

수열 $\{b_n\}$은 첫째항이 3, 공비가 3인 등비수열이다.

$\therefore b_n=3\cdot3^{n-1}=3^n$

따라서 $a_n=3^n-1$이므로 $a_{20}=3^{20}-1$

21. 수리가형 21번과 같음

22. [출제의도] 등차수열의 뜻을 알고 문제 해결하기

[해설] 첫째항이 10, 공차가 7인 등차수열 $\{a_n\}$에서 일반항은 $a_n=7n+3$이므로 제k번째항은 $7k+3$이다.

$7k+3>50$에서

$k>6.71\times\times$ $\therefore$ $k=7$

23.수리가형 23번과 같음

24. [출제의도] 여러 가지 수열의 합을 구하기

[해설] $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}(2k+5)=2\times\frac{10(10+1)}{2}+5\times10$

$=160$

25. [출제의도] 역행렬을 이용하여 식의 값을 구하기

[해설] 연립방정식 $\begin{cases}ax+2y=0\\8x+by=0\end{cases}$을 행렬을 이용하여 나타내면 $\begin{pmatrix}a&2\\8&b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$이다.

연립방정식이 $x=y=0$ 이외의 해를 가지려면

$ab-16=0$, $ab=16$

$\therefore \log_2a+\log_2b=\log_2 16=4$

26. [출제의도] 등차수열과 등비수열의 뜻을 알고 문제 해결하기

[해설] $-8, x, y$는 등차수열이므로 $2x=-8+y$ …㉠

$x, y, 64$는 등비수열이므로 $y^2=64x$ …㉡

㉠과 ㉡을 연립하여 풀면 $x=4$, $y=16$

$\therefore x+y=20$

27. [출제의도] 역행렬을 이용하여 문제 해결하기

[해설] 두 직선 l_1, l_2를 직선의 방정식으로 나타내면

$l_1: x-y=-2$, $l_2: x+y=1$이다.

연립방정식 $\begin{cases}x-y=-2\\x+y=\ \ 1\end{cases}$의 해가 점 $P(a, b)$이므로 행렬을 이용하여 점 $P(a, b)$를 구하면

$\begin{pmatrix}1&-1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}=\dfrac{1}{2}\begin{pmatrix}1&1\\-1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$

따라서 $A=\dfrac{1}{2}\begin{pmatrix}1&1\\-1&1\end{pmatrix}$이므로 행렬 A의 모든 성분의 합은 1

28. [출제의도] 행렬의 곱셈의 정의를 알고 문제 해결하기

[해설] $A=\begin{pmatrix}2&1\\-1&0\end{pmatrix}$

$A^2=AA=\begin{pmatrix}2&1\\-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\-1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&2\\-2&-1\end{pmatrix}$

$A^3=A^2A=\begin{pmatrix}3&2\\-2&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\-1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&3\\-3&-2\end{pmatrix}$

$\vdots$

$A^n=\begin{pmatrix}n+1&n\\-n&-n+1\end{pmatrix}$

따라서 A^n의 성분의 합은 항상 2이다.

$A+A^2+\cdots+A^{100}=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$에서

$\therefore a+b+c+d=2\times100=200$

29. [출제의도] 수열의 귀납적 정의를 이용하여 문제 해결하기

[해설] $a_1=\alpha$, $a_{n+1}-a_n=2n\ (n\geq1)$에서

$a_n=a_1+\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}2k=\alpha+n(n-1)$ 이므로

$a_{10}=\alpha+10\times9=100$ 이다.

$\therefore \alpha=10$

30. [출제의도] 여러 가지 수열에 관한 문제 해결하기

[해설] 수열 $\{a_n\}$을

군수열 $(1,1),(2,2,2,2),(3,3,3,3,3,3),\cdots$의 꼴로 나타낼 때, a_{2006}를 제 n군에 속한다고 하자. 제 1군부터 제 n군까지의 총 항의 수는

$2+4+6+\cdots+2n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}2k=n(n+1)$ 이므로

$n(n+1)\geq2006$을 만족하는 가장 작은 자연수 n은 45이므로 a_{2006}은 45군에 속한다.

$\therefore a_{2006}=45$