



# 2013학년도 경찰대학 1차시험 (수리영역)

※ 총 4쪽 25문항입니다. 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $A^{2013} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 일 때,  $a+b$ 의 값은?

- ① -3      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 3

2. 삼각형 ABC의 넓이는 12이고, 이 삼각형의 외접원의 넓이는  $15\pi$ 이다. 이 외접원의 중심을 O라고 할 때, 다음 식의 값은?

$$\sin(\angle AOB) + \sin(\angle BOC) + \sin(\angle COA)$$

- ①  $\frac{6}{5}$       ②  $\frac{7}{5}$       ③  $\frac{8}{5}$       ④  $\frac{9}{5}$       ⑤ 2

3. 어떤 살아있는 쥐에 있는 세균 S의 개체 수는 4이고, 세균 T의 개체 수는 256이다. 그 쥐가 살아 있는 동안에는 두 세균의 개체 수에 변함이 없고, 죽는 순간부터 세균 S의 개체 수는 4시간마다 두 배로 증가하며, 세균 T의 개체 수는 6시간마다 두 배로 증가한다. 쥐가 죽은 후 두 세균 S와 T의 개체 수가 같아졌을 때, 세균 S의 개체 수는?

- ①  $2^{20}$       ②  $2^{21}$       ③  $2^{22}$       ④  $2^{23}$       ⑤  $2^{24}$

4. 집합  $G = \{(x, y) \mid y = 6^x, x \text{는 실수}\}$ 에 대하여 <보기>에서 참인 명제만을 있는 대로 고른 것은?

— <보 기> —

ㄱ.  $(a, 2^b) \in G$ 이면  $b = a \log_2 6$ 이다.

ㄴ.  $(a, b) \in G$ 이면  $\left(-a, \frac{1}{b}\right) \in G$ 이다.

ㄷ.  $(a, b) \in G$ 이고  $(c, d) \in G$ 이면  $(a+c, b+d) \in G$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄴ, ㄷ  
④ ㄱ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 다음 연립방정식을 만족시키는 세 양수  $x, y, z$ 에 대하여  $x+y+z$ 의 값은?

$$\begin{cases} x^2 + 2yz + 2z = 29 \\ y^2 + 2zx + 2x = 34 \\ z^2 + 2xy + 2y = 36 \end{cases}$$

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

6. 세 점 P(3, 1), Q(1, -3), R(4, 0)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 PQR의 외심에서 직선  $3x - 4y + 10 = 0$ 까지의 거리는?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 두 무한급수  $\sum_{n=1}^{\infty} (2 - \log_2 a)^n$  와  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 \sin \frac{a-3}{2}\right)^n$  이 모두 수렴하도록 하는 정수  $a$ 의 개수는?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \{(\sqrt{x^4 + 2x^3 + 1} - x^2)(\sqrt{x^2 + 6} - x)\}$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9.  $\sqrt[3]{10 + 2\sqrt{27}} + \sqrt[3]{10 - 2\sqrt{27}}$ 의 값은?

- ① 1      ②  $\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{3}$       ④ 2      ⑤  $2\sqrt{3}$

10.  $\log_2 77$ 의 소수 부분을  $a$ ,  $\log_5 77$ 의 소수 부분을  $b$ 라 하자. 다음을 만족시키는 두 자연수  $p$ 와  $q$ 에 대하여  $p+q$ 의 최솟값은?

$2^{p+a} 5^{q+b}$ 은 250의 배수이다.

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

11. 세 개의 주사위를 동시에 던질 때, 세 주사위에 나타난 눈의 수가 2, 5, 3 또는 1, 1, 2 또는 6, 4, 2와 같이 두 주사위에 나타난 눈의 수의 합이 나머지 주사위의 눈의 수와 같을 확률은?

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{2}{9}$       ③  $\frac{5}{24}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{5}{18}$

12. 학생 15명 중에서 적어도 한 명의 남학생과 적어도 한 명의 여학생이 포함되도록 3명의 대표를 선출하는 서로 다른 방법이 286가지일 때, 남학생 수와 여학생 수의 차는?

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

13.  $f(x^2) = f(x)f(-x)$ 을 만족시키는 이차식  $f(x)$ 의 개수는?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

14. 다음을 만족시키는 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(1)$ 의 값은?

$$\int_1^x (x-t)f(t) dt = x^4 + ax^2 - 10x + 6$$

- ① 18      ② 21      ③ 24      ④ 27      ⑤ 30

15. 다음 다항식에서  $x^{22}$ 의 계수는?

$$(x+1)^{24} + x(x+1)^{23} + x^2(x+1)^{22} + \dots + x^{22}(x+1)^2$$

- ① 1520      ② 1760      ③ 2020      ④ 2240      ⑤ 2300

16.  $\sum_{k=1}^{20} (2k+1) \left( \frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \frac{1}{k+2} + \dots + \frac{1}{20} \right)$ 의 값은?

- ① 250      ② 254      ③ 258      ④ 262      ⑤ 266

17. 두 실수  $x$ 와  $y$ 에 대하여  $2x^2 + y^2 - 2x + \frac{4}{x^2 + y^2 + 1}$ 의 최솟값은?

- ① 1      ②  $\frac{5}{4}$       ③  $\frac{3}{2}$       ④  $\frac{7}{4}$       ⑤ 2

18. 1부터  $k$ 까지 모든 자연수의 집합을  $A_k$ 라고 하자. 그리고  $A \cup B = A_{k+2}$ 와  $n(A) = 2$ 를 만족시키는 두 집합  $A$ 와  $B$ 의 순서쌍  $(A, B)$ 의 개수를  $a_k$ 라 할 때,  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{a_k}$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{5}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

19. 다음을 만족시키는 한 자리 자연수  $a$ 의 개수는?

방정식  $x^3 - x^2 - ax - 3 = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 가진다.

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

20. 방정식  $x[x] + 187 = [x^2] + [x]$ 의 근의 개수는?  
(단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대 정수이다.)

- ① 58      ② 67      ③ 76      ④ 85      ⑤ 94

21. 두 함수  $f$ 와  $g$ 는 임의의 두 실수  $x$ 와  $y$ 에 대하여 다음을 만족시킨다.

$$f(0) = 3, f(x+g(y)) = (x+y^2-1)^2 - 1$$

이때,  $f(7)+g(7)$ 의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 값은?

- ① 92      ② 113      ③ 126      ④ 135      ⑤ 147

22.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{2n} \frac{k^2(5k^2+3)}{n^3(n^2+1)}$ 의 값은?

- ① 31      ② 32      ③ 33      ④ 34      ⑤ 35

23. 곡선  $y=x^3$ 에 있는 점  $A(a, a^3)$ 에서의 접선이 이 곡선과 점 B에서 만나고, 점 B에서의 접선은 이 곡선과 점 C에서 만난다고 하자. 선분 BC와 이 곡선 사이의 넓이를 선분 AB와 이 곡선 사이의 넓이로 나눈 값은? (단,  $a \neq 0$ 이다.)

- ① 4      ② 8      ③ 16      ④ 32      ⑤ 64

24. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ 와 자연수  $n$ 에 대하여  $A^n$ 의 (1, 1) 성분을

$x_n$ 이라고 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{5^n}$ 의 값은?

- ①  $\frac{7}{18}$       ②  $\frac{4}{9}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{5}{9}$       ⑤  $\frac{11}{18}$

25. 연립부등식  $x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 3$ 의 영역에 있는 점  $(a, b)$ 에 대하여  $A = a^2b + b^2(3-a-b) + (3-a-b)^2a$ 라 하자. <보기>에서 참인 명제만을 있는 대로 고른 것은?

— <보 기> —

- ㄱ.  $2 < a \leq 3$ 이면  $a^2(3-a) < 4$ 이다.  
 ㄴ.  $2 < a \leq 3$ 이면  $a^2(3-a) - A \geq 0$ 이다.  
 ㄷ.  $A = 4$ 일 때,  $10a+b$ 의 최댓값은 21이다.

- ① ㄱ      ② ㄱ, ㄴ      ③ ㄴ, ㄷ  
 ④ ㄱ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기 했는지 확인하십시오.