



2011학년도 경찰대학 제1차 시험 (수리영역)

※ 총 4쪽 25문항입니다. 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. $a = \log_9(7-4\sqrt{3})$ 일 때 $3^a + 3^{-a}$ 의 값은?

- ① 4 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 이차의 정사각행렬 A 에 대하여 두 연립방정식 $A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 와 $A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$ 의 해가 모두 무수히 많을 때, A 의 모든 성분의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. 분수함수 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 그래프가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 원점을 지난다.
(나) 점근선의 방정식은 $x=1$ 과 $y=-2$ 이다.

이때 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $f^{-1}(x)$ 라 할 때, $f^{-1}(-1)$ 의 값은?

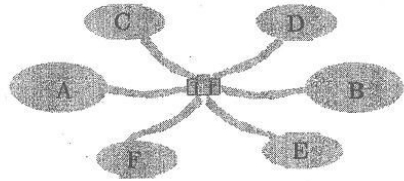
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. 다음을 만족시키는 실수 x 의 개수는?

$$(x^2 - 2x)^{x^2 + 6x + 5} = 1$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 아래 그림과 같이 A, B, C, D, E, F의 6개 구역이 경찰서를 중심으로 하여 길로 연결되어 있다. A와 B의 넓이는 각각 4km^2 이고 C, D, E, F의 넓이는 각각 2km^2 이다. 2명의 경찰관이 이 6개 구역을 넓이의 합이 같아지도록 2부분으로 나누어 1부분씩을 맡고, 각자 맡은 모든 구역을 순서를 정하여 순찰하는 방법의 수는? (단, 1개 구역을 나누지는 않는다.)



- ① 524 ② 528 ③ 532 ④ 536 ⑤ 540

6. 어느 대민 봉사 센터의 전화 상담의 통화 시간은 평균이 8분이고 표준편차가 2분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 봉사 센터에 걸려오는 상담 전화 중 임의로 선택한 4통의 통화 시간의 합이 30분 이상일 확률은? (단, 오른쪽 표준 정규분포표를 이용한다.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.192
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477

- ① 0.690 ② 0.691 ③ 0.692 ④ 0.693 ⑤ 0.694

7. 원에 내접하는 사각형 ABCD의 네 변의 길이 \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DA} 가 이 순서대로 공비가 $\sqrt{2}$ 인 등비수열을 이룬다. $\angle ADC = \theta$ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ③ $\frac{7\sqrt{2}}{20}$ ④ $\frac{4\sqrt{2}}{5}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{2}}{20}$

8. 복소수 z 에 대하여 $\frac{z-\bar{z}}{i}$ 가 음수이고 $\frac{z}{1+z^2}$ 와 $\frac{z^2}{1+z}$ 이 모두 실수일 때, z 의 값은? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이고 i 는 허수단위이다.)

- ① $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ② $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$
 ④ $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$

9. $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 일 때, 임의의 두 복소수 α 와 β 에 대하여 $x = \alpha - \beta$, $y = \alpha\omega - \beta\omega^2$, $z = \alpha\omega^2 - \beta\omega$ 라 하자. $x^3 + y^3 + z^3$ 을 α 와 β 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① $\alpha^3 - 2\alpha^2\beta + 2\alpha\beta^2 - \beta^3$ ② $\alpha^3 - \beta^3$
 ③ $3(\alpha^3 - 2\alpha^2\beta + 2\alpha\beta^2 - \beta^3)$ ④ $3(\alpha^3 - \beta^3)$
 ⑤ $3(\alpha - \beta)^3$

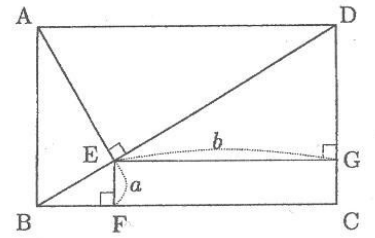
10. 다항식 $(x^3 + 3x^2 + 3x + a)^4$ 의 전개식에서 x^7 의 계수가 $2^3 \times 3^5$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 9 ② 18 ③ 27 ④ 36 ⑤ 45

11. 방정식 $\frac{1}{3} \log_2 x = \cos 3\pi x$ 를 만족시키는 실수 x 의 개수는?

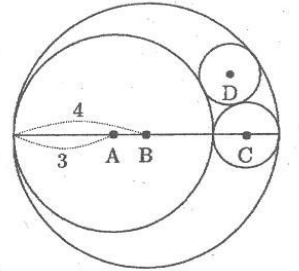
- ① 22 ② 23 ③ 24 ④ 25 ⑤ 26

12. 오른쪽 그림과 같이 직사각형 ABCD의 꼭짓점 A에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 E, 점 E에서 두 변 BC와 CD에 내린 수선의 발을 각각 F와 G라 하자. $\overline{EF} = a$ 이고 $\overline{EG} = b$ 일 때, 대각선 BD의 길이는?



- ① $\sqrt{2}(a+b)$ ② $2\sqrt{a^2+b^2}$ ③ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$
 ④ $\left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3}\right)^3$ ⑤ $\left(\frac{2}{a^3} + \frac{2}{b^3}\right)^{\frac{3}{2}}$

13. 오른쪽 그림과 같이 네 개의 원이 서로 내접 또는 외접하고 있다. 중심이 A인 원의 반지름의 길이는 3이고, 중심이 B인 원의 반지름의 길이는 4이며, 세 중심 A, B, C는 같은 직선에 있다. 이때, 중심이 D인 원의 반지름의 길이는?



- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{11}{12}$ ③ $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$ ④ $\frac{12}{13}$ ⑤ $\frac{14}{15}$

14. 물질의 부패지수(Del)는 일평균상대습도가 H%이고 일평균기온이 T°C일 때, 다음과 같이 계산한다.

$$\text{부패지수(Del)} = \left(\frac{H - 65}{14} \right) \times 1.05^T$$

일평균상대습도가 72%이고 일평균기온이 30°C일 때의 부패지수와 일평균상대습도가 h%이고 일평균기온이 5°C일 때의 부패지수가 서로 같다. 이때 h의 값의 범위는? (단, $\log 1.05 = 0.021$, $\log 3.35 = 0.525$ 로 계산한다.)

- ① $84 < h < 85$ ② $86 < h < 87$ ③ $88 < h < 89$
 ④ $90 < h < 91$ ⑤ $92 < h < 93$

15. 다음 조건을 만족시키는 집합 S 가 가질 수 있는 원소의 개수의 최댓값은?

(가) $S \subset \{n \mid n \text{은 } 507 \text{ 이하의 자연수}\}$
 (나) S 에 속하는 서로 다른 임의의 두 수의 합은 5의 배수가 아니다.

- ① 201 ② 202 ③ 203 ④ 204 ⑤ 205

16. 직각삼각형 AP_1P_2 는 $\angle AP_1P_2$ 가 직각이고 $\overline{AP_1} = \overline{P_1P_2} = 1$ 이라 하자. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 직각삼각형 AP_nP_{n+1} 을 $\angle AP_nP_{n+1}$ 이 직각이고 $\overline{P_nP_{n+1}} = 2\overline{P_{n-1}P_n}$ 이 되도록 그린다.

이때 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{P_n P_{n+1}}{AP_n} \right)^2$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 5

17. 좌표평면에서 부등식 $xy(x^2+y^2-1)(x^2-y+2) > 0$ 의 영역을 A 라 하고, $B = \{(x,y) \mid kx+y=0\}$ 이라 하자. $A \cap B$ 가 나타내는 도형의 길이가 2가 되도록 하는 상수 k 의 최댓값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

18. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 공차가 음수인 등차수열 $\{b_n\}$ 의 첫째 항부터 n 째 항까지의 합을 각각 S_n 과 T_n 이라 하자. 다음이 성립할 때, a_{20} 과 b_{20} 의 곱 $a_{20}b_{20}$ 의 값은?

$$\begin{cases} a_1 = b_1 + 1 \\ S_n^2 - T_n^2 = n^2(n+1) \quad (n=1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

- ① -108 ② -105 ③ -102 ④ -99 ⑤ -96

19. 1이 아닌 양수 x 에 대하여 부등식 $|\log_x n| \leq 2$ 를 만족시키는 가장 큰 자연수 n 을 $f(x)$ 라 하자. <보기>에서 참인 명제만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $f(2)=4$
 ㄴ. $x < y$ 이면 $f(x) \leq f(y)$ 이다.
 (단, x 와 y 는 1이 아닌 양수이다.)
 ㄷ. $f\left(\frac{1}{x}\right) \leq 30$ 을 만족시키는 자연수 x 는 6개이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 첫째 항과 공비가 모두 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째 항부터 n 째 항까지의 합 S_n 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n - a_n^2}{a_n}$ 이 수렴할 때, a_{10} 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

21. 집합 $S = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 행렬의 집합 M 을 다음과 같이 정의하자.

$$M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \text{는 } S \text{의 원소} \right\}$$

집합 M 에서 임의로 한 행렬을 선택하였을 때 이 행렬의 역행렬이 존재하지 않는 사건을 A , 제1행의 성분의 합이 0인 사건을 B 라 하자. <보기>에서 참인 명제만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^n \in M$ (단, $n=1, 2, 3, \dots$)
 ㄴ. $P(B) = \frac{1}{3}$
 ㄷ. $P(A|B) = \frac{5}{9}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. 계수가 모두 정수이고 삼차항의 계수는 1인 삼차방정식 $f(x)=0$ 의 정수근이 존재하고 $f(7)=-3$ 이며 $f(11)=73$ 일 때, $f(x)=0$ 의 정수근은?

- ① 3 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 15

23. 실수 x_1 에 대하여 함수 $f(x)=2x(1-x)$ 의 그래프에 있는 점 $P_n(x_n, y_n)$ 을 다음과 같이 귀납적으로 정의한다.

$$P_1 = P_1(x_1, y_1) = P_1(x_1, f(x_1)),$$

$$P_{n+1} = P_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1}) = P_{n+1}(y_n, f(y_n)) \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이때 <보기>에서 참인 명제만을 있는 대로 고른 것은?

————— <보 기> —————

ㄱ. $x_1 \neq \frac{1}{2}$ 일 때, $a_n = \log|1-2x_n|$ 이라 하면,

$$a_n = 2^{n-1} \log|1-2x_1| \text{이다.}$$

ㄴ. $0 < x_1 < 1$ 이고 $x_1 \neq \frac{1}{2}$ 일 때, n 의 값이 커짐에 따라

점 P_n 은 점 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 에 한없이 가까워진다.

ㄷ. $x_1 < 0$ 일 때 n 의 값이 커짐에 따라 점 P_n 은 점 $(0, 0)$ 에 한없이 가까워진다.

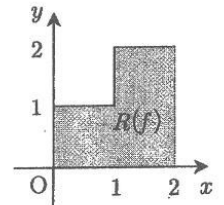
- ① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=\log_2 x$ 의 점 $(n, \log_2 n)$ 과 곡선 $y=2^x$ 의 점 $(\log_2 n, n)$ 을 잇는 선분에 있는 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 a_n 이라 하자. 이때 $\sum_{n=1}^{2011} a_n$ 의 값은?

- ① 2000 ② 2003 ③ 2006 ④ 2009 ⑤ 2012

25. 좌표평면에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프에 있는 각 점과 그 점에서 x 축에 내린 수선의 발을 연결하는 선분으로 이루어지는 영역을 $R(f)$ 라 하자.

예를 들어 $f(x)=[x]+1$ ($0 < x < 2$)인 경우에 $R(f)$ 는 오른쪽 그림의 어두운 부분이다.



함수 $g(x)$ 가 $g(x) = \frac{1}{\left[\frac{1}{x}\right]+2}$ ($0 < x < 1$)일 때, 영역 $R(g)$ 의

넓이는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 가장 큰 정수이다.)

- ① $\frac{7}{36}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{11}{36}$