



2010학년도 경찰대학 제1차시험(수리영역)

※ 총 4쪽 25문항입니다. 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $(a_1 + a_2) : a_3 = 2 : 3$ 일 때, $\frac{a_7}{a_4 + a_6}$ 의 값은?

- ① $\frac{21}{34}$ ② $\frac{11}{17}$ ③ $\frac{23}{34}$ ④ $\frac{12}{17}$ ⑤ $\frac{25}{34}$

2. 세 실수 a, b, c 가 $abc \neq 0$, $ab + bc + ca = abc$ 를 만족시킨다. $\log_2 x = a$, $\log_3 x = b$, $\log_5 x = c$ 일 때, 양수 x 의 값은?

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

3. 이차정사각행렬 A 에 대하여 $A^4 = E$ 이고 $A^2 + A + E$ 의 역행렬이 $A^2 - A + E$ 일 때, $(A^{-1})^3 + A^{-1}$ 을 간단히 나타낸 것은?
(단, E 는 단위행렬이고 O 는 영행렬이다.)

- ① O ② E ③ A ④ $-A$ ⑤ $A + E$

4. 삼차다항식 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 7$ 에 대하여 서로 다른 세 실수 α, β, γ 가 $f(\alpha) = f(\beta) = f(\gamma) = -3$ 을 만족시킬 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값은?

- ① 14 ② 21 ③ 26 ④ 30 ⑤ 35

5. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{4^n} - 3\right)$ 이 수렴할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - 4 \cdot 2^n}{a_n - 2 \cdot 4^n} \text{의 값은?}$$

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

6. 자연수 n 에 대하여 직선 $y = ax$ 가 원 $(x-4)^2 + y^2 = \frac{4}{n^2}$ 에 접하도록 하는 실수 a 를 $f(n)$ 으로 나타낼 때, $\sum_{n=1}^{10} \{f(n)\}^2$ 의 값은?

- ① $\frac{8}{21}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{16}{21}$

7. 임의의 두 집합 X, Y 에 대하여 $X \Delta Y = (X - Y) \cup (Y - X)$ 로 정의하자. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $A \Delta B = \{2, 5, 8, 10\}$ 를 만족시킬 때, 집합 B 의 부분집합의 개수는?

- ① 16 ② 32 ③ 64 ④ 128 ⑤ 256

8. 이차정사각행렬 A 에 대하여 두 행렬 $A+2E, A-2E$ 의 역행렬이 모두 존재하지 않을 때, $(A+4E)^{-1} = pA+qE$ 가 성립한다. 이때 두 실수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값은? (단, E 는 단위행렬이다.)

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

9. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC} = \sqrt{7}, \overline{BD} = \sqrt{13}, \angle ABC = 60^\circ$ 이고 두 대각선이 이루는 각의 크기가 θ 일 때, $\sin^2\theta$ 의 값은?

- ① $\frac{27}{91}$ ② $\frac{30}{91}$ ③ $\frac{33}{91}$ ④ $\frac{36}{91}$ ⑤ $\frac{39}{91}$

10. 자연수 a, b 에 대하여 연산 $a * b$ 가 다음 세 가지 조건을 만족시킬 때, $5 * 3$ 의 값은?

- (가) $a * a = a + 2$
 (나) $a * b = b * a$
 (다) $\frac{a * (a+b)}{a * b} = \frac{a+b}{b}$

- ① 15 ② 30 ③ 45 ④ 60 ⑤ 75

11. 20보다 작은 자연수 a, b, c, d 에 대하여 $f(x) = \frac{ax-b}{cx+d}$ 로 주어 져 있다. $X = \{x | x > -2, x \text{는 실수}\}, Y = \{y | y < 5, y \text{는 실수}\}$ 라 할 때, 함수 $f: X \rightarrow Y$ 가 일대일 대응이 되도록 하는 자연수 a, b, c, d 중 $a+b+c+d$ 의 최솟값과 최댓값의 합은?

- ① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

12. 실수 x, y 가 $|x+y| + |x-y| = 1$ 을 만족시킬 때, $x^2 - 6x + y^2 - 6y$ 의 최댓값은?

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ $\frac{37}{2}$ ④ $\frac{49}{2}$ ⑤ $\frac{61}{2}$

13. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 4, a_{n+1} = \sqrt{3a_n + 3} - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

- < 보 기 >
- ㄱ. 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n > a_{n+1}$ 이다.
 ㄴ. 모든 자연수 n 에 대하여 $2 < a_n < 5$ 이다.
 ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{2^k} \cdot \frac{1}{5 \cdot 2^n} \right)$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 실수 r ($|r| < 1$)에 대하여 $f(r) = \frac{1}{1-r}$ 일 때,

$$\left| f(-0.1) - 1 - \sum_{k=1}^n (-0.1)^k \right| < 10^{-7}$$

을 만족시키는 가장 작은 자연수 n 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

15. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 임의의 점 P와 함수 $y=g(x)$ 의 그래프 위의 임의의 점 Q에 대하여 선분 PQ의 최소의 길이를 $d(f,g)$ 로 나타내자. 예를 들어, $f(x)=x+2$ 이고 $g(x)=x$ 이면 $d(f,g)=\sqrt{2}$ 이다. 임의의 함수 f,g,h 에 대하여 <보기> 중에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $f(x)=ax+b, g(x)=mx+n$ (단, a, b, m, n 은 상수) 일 때, $a \neq m$ 이면 $d(f,g)=0$ 이다.
 ㄴ. $d(f,g+h) \leq d(f,g)+d(f,h)$
 ㄷ. $d(f,gh) \leq d(f,g) \cdot d(f,h)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 전체집합 $U=\{1,2,3,4\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$$X(A,B) = \left\{ i^m + \left(\frac{1}{i}\right)^k \mid m \in A, k \in B \right\}$$

<보기>에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은? (단, i 는 허수단위이고 $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수를 나타낸다.)

<보 기>

ㄱ. $A=\{1\}, B=\{1,2\}$ 이면 $X(A,B)=\{0, -1+i\}$
 ㄴ. $n(X(A,B)) \leq n(A)n(B)$
 ㄷ. $n(X(A,B))$ 의 최댓값은 12이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 방정식 $7^{\log_3 x} \cdot x^{\log_5 5^x} = 1$ 의 모든 근의 합이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 양의 정수이다.)

- ① 81 ② 71 ③ 61 ④ 51 ⑤ 41

18. 3의 배수인 세 자리의 자연수 중에서 하나를 뺄 때, 일의 자리의 수 또는 십의 자리의 수 또는 백의 자리의 수가 9인 자연수를 뽑을 확률은?

- ① $\frac{13}{50}$ ② $\frac{7}{25}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{17}{50}$

19. 어느 경찰관이 8월에 관할구역을 이틀 연이어 순찰하지 않으면서 5일 순찰하는 방법의 수는?

- ① ${}_{26}C_5$ ② ${}_{27}C_5$ ③ ${}_{28}C_5$ ④ ${}_{29}C_5$ ⑤ ${}_{30}C_5$

20. 다음은 어떤 모집단의 확률분포표이다.

X	0	3	6	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	a	$\frac{2}{3}-a$	1

이 모집단에서 크기가 3인 표본을 복원추출하여 구한 표본 평균을 \bar{X} 라 하자. \bar{X} 의 분산이 $\frac{17}{12}$ 일 때, a 의 값은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 세 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_1 = \frac{1}{10}$
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n > 0, a_n \neq 1$
 (다) 어떤 양수 x 에 대하여 $\log_{a_n} x + \log_{a_{n+1}} x = \log x$ (단, $x \neq 1$)

자연수 n 에 대하여 $b_n = a_1 a_2 a_3 a_4 \cdots a_{2n-1} a_{2n}$ 으로 정의할 때,
 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{\sqrt{10}-1}{9}$ ③ $\frac{\sqrt{10}}{9}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}+1}{9}$

22. 다음 조건을 만족시키는 4×4 행렬의 개수는?

- (가) 각 성분은 0 또는 1이다.
 (나) 각 행의 성분의 합과 각 열의 성분의 합은 모두 2이다.

- ① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

23. 다음은 0, 1, 2, 3, 4, 5를 한 번씩 사용하여 만든 6자리의 자연수를 가장 작은 수부터 가장 큰 수까지 크기 순서로 나열한 수열이다.

102345, 102354, 102435, \dots , 543210

이 수열에서 450번째 항은?

- ① 345201 ② 354210 ③ 420135 ④ 432510 ⑤ 450123

24. 함수 $f(x) = \log_2(x^2 + x + 1) - \log_2 x$ 에 대하여

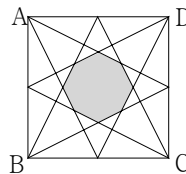
$$[f(1)] + [f(2)] + [f(3)] + \cdots + [f(1022)]$$

의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① $2^{11} + 2$ ② $2^{12} - 2$ ③ $2^{12} + 2$
 ④ $2^{13} - 2$ ⑤ $2^{13} + 2$

25. 범위가 발생한 지점을 중심으로 하여 정사각형 모양이 되도록 네 꼭짓점 A, B, C, D를 설정한 후, 다음과 같은 방법으로 수사망을 좁혀서 범인을 검거하려고 한다.

- (가) 정사각형 ABCD의 대각선의 교점이 범위가 발생한 지점이다.
 (나) 각 꼭짓점에서 그 꼭짓점과 이웃하지 않는 두 변의 중점을 각각 선분으로 연결한다.
 (다) 각 꼭짓점과 변의 중점을 연결한 선분에 의해 둘러싸인 영역을 새로운 수사망으로 한다.



정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 2 km일 때, 새로운 수사망의 넓이는? (단, 단위는 km^2 이다.)

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기했는지 확인하십시오.