



# 2009학년도 경찰대학 제1차 시험 (수리영역)

※ 총 4쪽 25문항입니다. 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 다항식  $f(x)$ 를  $x^2+x-6$ 으로 나누었을 때의 나머지가  $5x-1$ 이면, 다항식  $f(2x+3)$ 을  $2x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

2. 다음을 만족시키는 행렬  $A$ 에 대하여  $(A^{-1})^3$ 의 모든 성분의 합은?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 두 실수  $x$ 와  $y$ 에 대하여 행렬  $\begin{pmatrix} x-8 & y \\ 6-y & x \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않을 때,  $x^2+y^2$ 의 최댓값은?

- ① 49      ② 64      ③ 81      ④ 100      ⑤ 121

4. 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n = 2 + (-1)^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}$ 일 때,  $\sum_{n=1}^{2009} a_n$ 의 값은?  
(단,  $\lfloor x \rfloor$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수)

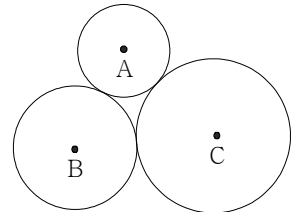
- ① 4018      ② 4019      ③ 4020      ④ 4021      ⑤ 4022

5. 다음이 성립할 때,  $\frac{x}{y}$ 의 값은?

$$\log x + \log 3 = 2 \log(2x-3y) - \log y$$

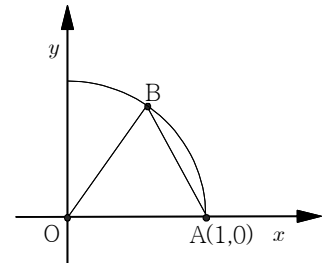
- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{10}{3}$       ⑤ 5

6. 오른쪽 그림과 같이 서로 접하고 있는 세 원의 중심은 A, B, C이고 반지름의 길이의 비가 2:3:4이다.  $\angle ACB = \theta$ 라 할 때,  $\cos \theta$ 의 값은?



- ①  $\frac{2}{5}$       ②  $\frac{4}{9}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{5}{7}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

7. 오른쪽 그림과 같이 점 B가 제1사분면에 있는 사분원  $x^2+y^2=1$  위에서 움직일 때, 삼각형 OAB의 무게중심이 움직여서 그리는 도형의 길이는?



- ①  $\frac{\pi}{6}$       ②  $\frac{\pi}{8}$       ③  $\frac{\pi}{10}$       ④  $\frac{\pi}{12}$       ⑤  $\frac{\pi}{16}$

8. 집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합  $A = \{2, 4, 6\}$ 과  $B = \{3, 6\}$ 에 대하여 다음을 만족시키는  $U$ 의 부분집합  $C$ 의 개수는?

$$A \cup C = B \cup C$$

- ① 4      ② 8      ③ 16      ④ 32      ⑤ 64

9. 이차함수  $f(x) = ax^2 + c$ 에 대하여  $|x| \leq 1$ 이면  $|f(x)| \leq 2$ 일 때,  $a$ 의 최댓값은?

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④ 4      ⑤ 8

10. 두 함수  $f(x) = 5 - |x|$ 와  $g(x) = -5 + |x|$ 에 대하여, 다음 부등식이 나타내는 영역의 넓이는?

$$0 \leq y \leq f(g(x))$$

- ① 42      ② 44      ③ 46      ④ 48      ⑤ 50

11. 다음 연립부등식의 영역에 속한 점  $(x, y)$ 에 대하여  $x^2 + 2y$ 의 최솟값은?

$$\begin{cases} |x| + |y| \leq 1 \\ x^2 - 4y^2 \geq 0 \end{cases}$$

- ①  $-\frac{3}{2}$       ② -1      ③  $-\frac{1}{2}$       ④  $-\frac{1}{3}$       ⑤  $-\frac{1}{4}$

12. 3명의 경위와 8명의 순경이 4명, 4명, 3명으로 나누어 서로 다른 세 순찰차에 탑승하려고 한다. 3명의 경위는 각각 다른 순찰차에 탄다고 할 때, 탑승하는 방법의 수는?

- ① 3360      ② 6720      ③ 8400      ④ 10080      ⑤ 13640

13.  $-2 \leq X \leq 4$ 의 모든 값을 취하는 확률변수  $X$ 의 확률밀도함수  $f(x)$ 는 다음을 만족시킨다.

$$f(1-x) = f(1+x)$$

- $P(1 \leq X \leq 3) = 2P(3 \leq X \leq 4)$ 이고  $P(0 \leq X \leq 1) = \frac{1}{4}$ 일 때,  $P(0 \leq X \leq 3)$ 의 값은?

- ①  $\frac{5}{12}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{7}{12}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

14. 어느 보험회사에서 운영하는 긴급 차량 서비스의 출동 시간은 평균이 20분이고 표준편차가 4분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 보험회사의 긴급 차량 서비스를 요청한 고객 16명에 대한 출동 시간의 평균이 18분 이상 21분 이하일 확률은?

$$\begin{aligned} & \text{(단, } P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413, P(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.4332, \\ & P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772) \end{aligned}$$

- ① 0.7745      ② 0.8185      ③ 0.8664      ④ 0.9104      ⑤ 0.9544

15. 1보다 큰 자연수  $k$ 에 대하여  $y = k \cdot 2^x$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $a_k$ 만큼 평행이동하면  $y = 2^x$ 의 그래프와 일치한다. 이때,  $\sum_{n=1}^{10} a_{2n} = \log_2 m$ 을 만족시키는 자연수  $m$ 의 값은?

- ①  $2 \cdot 10!$     ②  $2^9 \cdot 10!$     ③  $2^{10} \cdot 10!$     ④  $2^9 \cdot 20!$     ⑤  $2^{10} \cdot 20!$

16.  $0 \leq x \leq \pi$ 일 때,  $x$ 에 관한 방정식  $\left[\cos x + \frac{1}{2}\right] = x - k$ 의 정수 해가 존재하도록 하는  $k$ 의 값의 합은? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대 정수)

- ① 1    ② 2    ③ 5    ④ 7    ⑤ 8

17. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 이  $\sum_{k=1}^{12} a_k = 100$ 과  $\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{a_k} = 10$ 을 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^{12} \log a_k$ 의 값은?

- ① 3    ② 4    ③ 6    ④ 8    ⑤ 10

18. 다음을 만족시키는 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_{20}$ 의 값은?  
 $a_1 = 0, \quad n^2 a_{n+1} = (n+1)^2 a_n + 2n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

- ① 399    ② 400    ③ 401    ④ 402    ⑤ 403

19. 기울기가  $-1$ 인 직선  $l$ 이 곡선  $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을  $A(a, b)$ , 직선  $l$ 이 곡선  $y = \log_4(x+2)$ 와 만나는 점을  $B(c, d)$ 라고 하자. (단,  $1 < a < c$ )  $\overline{AB} = \sqrt{2}$ 일 때,  $a+c$ 의 값은?

- ① 9    ② 10    ③ 11    ④ 12    ⑤ 13

20.  $n$ 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수의 최댓값이 5일 확률을  $P_n$ 이라 할 때, 무한급수  $\sum_{n=1}^{\infty} P_n$ 의 합은?

- ①  $\frac{2}{3}$     ②  $\frac{5}{6}$     ③ 1    ④  $\frac{5}{3}$     ⑤ 3

21. 10보다 큰 자연수  $n$ 에 대하여 집합  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 두 부분 집합  $X$ 와  $Y$ 를 택할 때,  $n(X \cap Y) = 1$ 인 경우의 수는? (단,  $n(A)$ 는 집합  $A$ 의 원소의 개수)

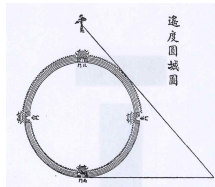
- ①  $\sum_{k=1}^n {}_n C_k 2^{n-k}$     ②  $\sum_{k=1}^n {}_n C_k 2^{n-k-1}$   
 ③  $\sum_{k=1}^n n \cdot {}_n C_k 2^{n-k}$     ④  $\sum_{k=1}^n k \cdot {}_n C_k 2^{n-k-1}$   
 ⑤  $\sum_{k=1}^n k \cdot {}_n C_k 2^{n-k}$

22. 두 자연수  $p$ 와  $q$ 가 모두 소수이고,  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 + 8px - q^2 = 0$ 의 두 근  $\alpha$ 와  $\beta$ 가 모두 정수일 때,  $|\alpha - \beta| + p + q$ 의 값은?

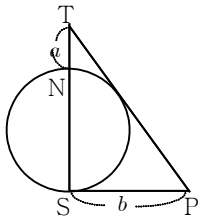
- ① 32      ② 34      ③ 36      ④ 38      ⑤ 40

23. 다음은 중국 남송 시대 진구소의 책 <<수서구장(數書九章)>> 측망류에 있는 문제 요도원성(遙度圓城)이다.

등근 성이 있는데, 그 둘레와 지름을 알지 못한다. 네 문 가운데 북문 밖으로 3리 되는 곳에 높이 솟은 나무가 있다. 남문을 나오자마자 방향을 꺾어 동쪽으로 9리를 가면 그 나무가 보인다. 성의 둘레와 지름이 각각 얼마인지 알고자 한다.



위의 문제 상황을 오른쪽 그림과 같이 성을 원, 북문을 N, 나무를 T, 남문을 S, 나무가 보이는 위치를 P, N과 T 사이의 거리를  $a=3$ , S와 P 사이의 거리를  $b=9$ 로 나타내자. 이때, 성의 지름  $x = \overline{NS}$ 를 구하는 올바른 방정식은?



- ①  $x^3 + ax^2 - 4ab^2 = 0$   
 ②  $2x^3 + ax^2 - a^2b = 0$   
 ③  $x^3 - 2ab^2x - 4a^2b^2 = 0$   
 ④  $2x^3 + 2ab^2x - a^2b^2 = 0$   
 ⑤  $x^3 + ax^2 - 2a^2x - a^3 + a^2b = 0$

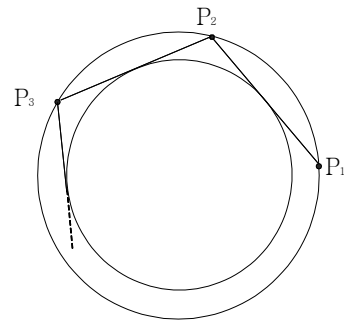
24. 함수  $f(x) = \frac{1}{2}(3^x - 3^{-x})$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때, 다음을 만족시키는  $x$ 의 값 전체의 곱은?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \{g(x)g(-x)\}^n = -\frac{1}{5}$$

- ①  $-\frac{1}{5}$       ②  $-\frac{1}{4}$       ③  $-\frac{1}{3}$       ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤  $-1$

25. 두 원  $C_1 : x^2 + y^2 = 1$ 과  $C_r : x^2 + y^2 = r^2$ 이 있다. (단,  $r > 1$ ) 다음 조건에 따라  $C_r$  위의 점  $P_k$ 를 차례로 잡자. ( $k=1, 2, 3, \dots$ )

- (i)  $P_1 = P_1(r, 0)$   
 (ii) 점  $P_{k+1}$ 은 점  $P_k$ 에서  $C_1$ 에 그은 접선이  $C_r$ 와 만나는 점이다.  
 (iii) 선분  $P_1P_2$ 는 제1사분면을 지난다.  
 (iv) 선분  $P_{k+1}P_{k+2}$ 와 선분  $P_kP_{k+1}$ 은 다른 선분이다.



이때, 보기에서 참인 명제를 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ.  $r > \sqrt{2}$ 이면  $\angle P_1P_2P_3 < 90^\circ$ 이다.

ㄴ.  $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 이면  $P_5$ 의 좌표는  $P_5(-1, -\frac{\sqrt{3}}{3})$ 이다.

ㄷ.  $\angle P_1P_2P_3 = 100^\circ$ 이면  $P_1 = P_{10}$ 이다.

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄴ, ㄷ  
 ④ ㄱ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ