



2008학년도 경찰대학 제1차 시험 (수리영역)

※ 총 4쪽 25문항입니다. 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 $\frac{iz}{z-6}$ 가 실수일 때, $a^2 + b^2 - 6a$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

2. 양의 실수의 집합에서 연산 $*$ 를

$$a * b = -\log_2 2^{-b}$$

로 정의할 때, 다음 중 가장 큰 수는?

- ① $1 * 1$ ② $1 * 2$ ③ $2 * 1$ ④ $1 * 3$ ⑤ $3 * 1$

3. 다음을 만족시키는 세 실수 a, b, c 에 대하여 $4a^2 + b^2$ 의 최소값은?

다항식 $ax^3 + bx^2 + cx - 8$ 이 $(x-1)^2$ 으로 나누어 떨어진다.

- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

4. $f(x) = \sqrt{2x-1} - 2\sqrt{x^2-x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + f(4)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 두 조건

$$p : |x-a| + |y-b| < 3, \quad q : x^2 + y^2 < 16$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 두 정수 a 와 b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 무수히 많다

6. 방정식 $x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^{2008} + \beta^{2008}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 일어날 확률이 p 인 사건이 일어날 때 나타나는 놀람의 정도 $S(p)$ ($0 < p \leq 1$)는

$$S(p) = -C \log_2 p \quad (C > 0)$$

로 주어진다. 놀람의 정도가 $3C$ 인 사건이 일어날 확률은 놀람의 정도가 $6C$ 인 사건이 일어날 확률의 몇 배인가?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 8 ⑤ 9

8. 함수 $f(x)$ 는 정의역이 실수 전체의 집합인 함수이다. <보기>에서 함수 $y = F(x)$ 의 그래프가 y 축에 대하여 대칭인 것을 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $F(x) = f(x) + f(-x)$ ㄴ. $F(x) = f(x) - f(-x) $ ㄷ. $F(x) = f(x)f(-x)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 세 점 $O(0,0)$, $A(2,2)$, $B(2,-4)$ 가 꼭지점인 삼각형 OAB 의 외심이 $C(a,b)$ 일 때, $10a+b$ 의 값은?

- ① 18 ② 29 ③ 38 ④ 45 ⑤ 53

10. 둘레의 길이가 24인 부채꼴의 넓이의 최대값은?

- ① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

11. 방정식 $4^{\sin x} + 6 \cdot 4^{-\sin x} = 5$ ($0 \leq x \leq 2\pi$)의 근의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. <보기>에서 두 함수의 그래프가 여러 번의 대칭이동과 평행이동으로 일치할 수 있는 것을 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $y = \sqrt{4x - x^2} - 1$ 과 $y = -\sqrt{1 - x^2} + 4$ ㄴ. $y = 2^{x-3} - 1$ 과 $y = 3 + 2 \log_{\frac{1}{4}}(x-1)$ ㄷ. $y = \frac{1}{\pi} \sin(\pi x - 1) + 3$ 과 $y = -\frac{1}{\pi} \cos(\pi x + 3) - 1$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 모든 실수 x, y 에 대하여 부등식

$$f\left(\frac{x+y}{2}\right) \leq \frac{f(x) + f(y)}{2}$$

를 만족시키는 $f(x)$ 를 <보기>에서 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $f(x) = \sqrt{ x }$ ㄴ. $f(x) = 2^{ x }$ ㄷ. $f(x) = \log_2(x + 1)$
--

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 어느 시험의 점수 분포가 평균 m , 분산 σ^2 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 시험에서 m 과 $m + \sigma$ 사이의 점수는 성적 '우'를 부여할 때, '우'의 성적이 나올 확률을 오른쪽 표준정규 분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

- ① 0.11 ② 0.16 ③ 0.34
 ④ 0.43 ⑤ 0.48

15. 확률변수 X 가 5보다 작은 자연수에서 값을 취하고 X 의 확률분포가

$$P(X = k + 1) = \frac{2}{5}P(X = k) \quad (k = 1, 2, 3)$$

로 주어질 때, $P(X \geq 3)$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{29}$ ② $\frac{3}{29}$ ③ $\frac{4}{29}$ ④ $\frac{5}{29}$ ⑤ $\frac{6}{29}$

16. 다음을 만족시키는 집합 A 와 B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수는?

(i) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 (ii) $n(A) = n(B) = 5$

- ① 560 ② 588 ③ 616 ④ 644 ⑤ 672

17. 각 자리의 수의 합이 19인 세 자리 자연수의 개수는?

- ① 41 ② 42 ③ 43 ④ 44 ⑤ 45

18. police academy에는 2개의 a, c, e를 포함하여 13개의 문자가 있다. 이 중에서 6개를 뽑을 때, 뽑힌 문자가 모두 다를 확률은?

- ① $\frac{827}{1716}$ ② $\frac{833}{1716}$ ③ $\frac{839}{1716}$
 ④ $\frac{845}{1716}$ ⑤ $\frac{851}{1716}$

19. 넓이가 363인 정삼각형 ABC에서 선분 BC의 중점을 P_0 라 하고, 선분 P_0A 를 121등분한 점과 끝점을 P_0 로부터 차례로

$$P_0, P_1, P_2, \dots, P_{120}, P_{121} = A$$

라 하자. 점 P_k ($k = 1, 2, 3, \dots, 120$)를 지나고 직선 P_0A 에 수직인 직선이 선분 AB와 만나는 점을 B_k 라 하고, 선분 AC와 만나는 점을 C_k 라 하자. 삼각형 $P_{k-1}B_kC_k$ ($k = 1, 2, 3, \dots, 120$)의

넓이를 a_k 라 할 때, $\sum_{k=1}^{120} a_k$ 의 값은?

- ① 177 ② 178 ③ 179 ④ 180 ⑤ 181

20. 집합 S 는

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \text{는 양의 실수이다.} \right\}$$

이다. S 에 속하는 두 행렬 A 와 B 가 $B^2 = 4A$ 를 만족시킬 때, $F(A) = B$ 로 나타내자.

$$F_1(A) = F(A), F_{n+1}(A) = F(F_n(A)) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

이다. $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ 일 때, $F_{2008}(A)$ 의 (1,1) 성분과 (1,2) 성분의 곱을 α 라고 하자. $\log_2 \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

- ① 2000 ② 2003 ③ 2006
 ④ 2009 ⑤ 2012

21. 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 집합 M 을

$$M = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid A^n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{인 자연수 } n \text{이 존재한다.} \right\}$$

라고 하자. M 에 속하는 것은?

- ① $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix} 16 \\ 2 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 17 \\ 2 \end{pmatrix}$

22. 양의 상수 c 에 대하여 다음 식

$$a_1 = 1, \frac{1}{a_{n+1}} = \frac{c}{a_n} + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보 기>
ㄱ. $c = 1$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ 이다.
ㄴ. $c > 1$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c - 1$ 이다.
ㄷ. $0 < c < 1$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1 - c$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

23. 일반항이

$$a_n = \sqrt{9n^2 - 2n} - \lfloor \sqrt{9n^2 - 2n} \rfloor$$

인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

(단, $\lfloor x \rfloor$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

24. 정의역이 실수 전체의 집합인 함수 $f(x)$ 가 다음을 만족시킬 때, $f(6)$ 의 값은?

모든 실수 x, y 에 대하여 $f(2x + y) = 4f(x) + f(y) + xy + 4$ 이다.

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

25. 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$0 < \frac{1}{3} - \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{5^k} < \frac{1}{5^n}$$

이 성립하도록 자연수 a_1, a_2, a_3, \dots 을 차례로 정할 때, $a_{2007} + a_{2008} + a_{2009}$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9